



Fundação Universidade Federal do ABC
Centro de Ciências Naturais e Humanas
Curso de Bacharelado em Física

Aproximações Analíticas para Decaimentos de Partículas de Vida Longa e
Aplicações em Modelos da Nova Física

Felipe Zanzin De França

Santo André-SP, 28 de Março de 2023



Fundação Universidade Federal do ABC

Centro de Ciências Naturais e Humanas

Av. dos Estados, 5001, Santa Terezinha, Santo André/SP, CEP 09210-580

Trabalho de Conclusão de Curso

Aluno: Felipe Zanzin De Fraça

Orientador: André Peniago Lessa

Trabalho de Conclusão de Curso Monografia apresentada a Universidade Federal do ABC (UFABC) como um dos pré-requisitos para a obtenção do grau de Bacharel em Física.

Santo André-SP
28 de Março de 2023

As crianças que sonham em se tornarem cientistas.

Agradecimentos

Agradeço a minha mãe, pelo suporte e tornar o meu sonho possível.
Agradeço ao meu orientador, André Lessa, pela paciência e ajuda nesse período.

*“O que sabemos é uma gota,
o que ignoramos é um oceano.”
(Isaac Newton)*

Resumo

Ao longo das últimas cinco décadas o Modelo Padrão tem tido enorme êxito em descrever uma vasta quantidade de dados experimentais. No entanto, diversas questões permanecem em aberto, como a massa dos neutrinos, a natureza da matéria escura, a inclusão da força gravitacional, entre outras perguntas de grande importância. Como alternativa para responder a essas perguntas surgiram modelos que propõem extensões ao Modelo Padrão. Em muitas destas extensões um setor fracamente acoplado (setor escuro) é introduzido, resultando em novas partículas que podem ser produzidas no LHC e que podem ou não decaírem dentro do detector. Neste projeto propomos calcular de maneira aproximada o comprimento de decaimento médio de tais partículas utilizando expressões analíticas sem a necessidade de simulações de Monte Carlo.

Palavras-chaves: Partículas. Comprimento de decaimento médio. Modelo Padrão.

Abstract

Over the last five decades, the Standard Model has had enormous success in describing a vast amount of experimental data. However, several questions remain open, such as the mass of neutrinos, the nature of dark matter, the inclusion of the gravitational force, among other important questions. As an alternative to answering these questions, models that propose extensions to the Standard Model have emerged. In many of these extensions, a weakly coupled sector (dark sector) is introduced, resulting in new particles that can be produced at the LHC and that may or may not decay within the detector. In this project, we propose to approximately calculate the average decay length of such particles using analytical expressions without the need for Monte Carlo simulations.

Keywords: particles. average decay length. Standard Model.

Sumário

1	Introdução	11
2	Objetivos	12
3	Revisão Teórica	14
3.1	Relatividade Especial	14
3.2	Transformações de Lorentz	15
3.3	Modelo padrão	17
4	Métodos	20
4.1	Aproximação Analítica	21
4.2	Simulação de Monte Carlo	27
5	Resultados e Discussão	28
5.1	Velocidade da partícula mãe	29
5.2	Primeiro decaimento	29
5.2.1	Modelo 1 (Spin 0): $pp \rightarrow \tilde{e}_R^- \tilde{e}_R^+$, $\tilde{e}_R^- \rightarrow e \tilde{\chi}_1^0$, $\tilde{e}_R^+ \rightarrow e^+ \tilde{\chi}_1^0$	30
5.2.2	Modelo 2 (Spin 1/2): $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^+$, $\tilde{\chi}_1^- \rightarrow \tilde{e}^- \bar{\nu}$, $\tilde{\chi}_1^+ \rightarrow \tilde{e}^+ \nu$	32
5.2.3	Modelo 3 (Spin 1/2 + Cor): $pp \rightarrow \tilde{g} \tilde{g}$, $\tilde{g} \rightarrow \tilde{u} u$	33
5.2.4	Modelo 4 (Partículas Pesadas) : $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^+$, $\tilde{\chi}_1^- \rightarrow \tilde{\chi}_0 W^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \rightarrow \tilde{\chi}_0 W^+$	34
5.2.5	Modelo 5 (3 Corpos): $pp \rightarrow \tilde{g} \tilde{g}$, $\tilde{g} \rightarrow u \tilde{u} \tilde{\chi}_1^0$	35
5.3	Segundo Decaimento	37
5.3.1	Modelo 6 (2 Etapas): $pp \rightarrow \tilde{g} \tilde{g}$, $\tilde{g} \rightarrow \tilde{u} u$, $\tilde{u} \rightarrow u \tilde{\chi}_1^0$	38
5.3.2	Modelo 7 (2 Etapas - Escalares): $pp \rightarrow h^- h^+$, $h^- \rightarrow h_3 W^+$, $h^+ \rightarrow h_3 W^-$, $h_3 \rightarrow h_2 Z$	38
6	Conclusão	40

Lista de Figuras

1	Recorte do detector CMS. Com números e linhas que representam os detectores e diferentes partículas respectivamente.	12
2	Representação de uma série de decaimentos de partículas instáveis que terminam no decaimento de uma partícula metaestável (LLP) com comprimento de decaimento macroscópico.	13
3	Representação visual das partículas previstas pelo MP, fica claro a separação entre Férmions (matéria) e Bósons (interação), dentro de cada bloco temos a massa da partícula, sua carga e spin. Além da divisão por spin, temos uma separação por gerações, cada coluna dos Férmions representa uma geração.	18
4	Ao lado esquerdo temos as partículas previstas pelo MP, no lado direito temos as suas parceiras supersimétricas.	19
5	Exemplificação do decaimento $Y_0 \rightarrow Y_1 + X_1$. Na imagem a temos como esse evento é observado pelo referencial de laboratório. Na imagem b temos o mesmo evento no referencial da partícula Y_0 .	21
6	Esquematização do algoritmo para determinar o $\langle \gamma\beta \rangle$ da partícula de interesse. A única entrada necessária é as massas das partículas envolvidas no decaimento, para assim, seguindo o processo descrito, determinar o último $\langle \gamma\beta \rangle$	26
7	Gráfico com a curva da velocidade da partícula mãe para diferentes processos, junto com a curva geral (curva tracejada) que será utilizada em nossos resultados.	30
8	Os principais processos de produção de selectrons no LHC. . . .	31
9	Mapas de calor dos $\langle \gamma\beta \rangle$ do decaimento do selectron no neutralino, sendo utilizada no mapa (a) a curva geral e no mapa (b) a curva específica para o processo de produção do selectron, curva verde da fig.(7).	32
10	No seguinte gráfico realizamos a comparação entre MG5 e a aproximação analítica, em uma situação onde só tínhamos erros provenientes da velocidade da partícula mãe. No eixo Y temos quanto é o erro relativo na velocidade da mãe, no eixo X a velocidade da mãe e as cores é o erro relativo no $\langle \gamma\beta_1 \rangle$	33

11	Mapas de calor dos $\langle\gamma\beta\rangle$ do decaimento do chargino no selectron, sendo utilizada no mapa (a) a curva geral e no mapa (b) a curva individual do chargino, curva laranja da fig.(7).	34
12	Processos de produção de gluinos com glúons e quarks no estado inicial.	34
13	Mapas de calor dos $\langle\gamma\beta\rangle$ para o decaimento de gluinos, sendo utilizada no mapa (a) a curva geral para a velocidade da mãe e no mapa (b) a curva para o processo de produção de gluinos.	35
14	Mapas de calor dos $\langle\gamma\beta\rangle$ do decaimento do chargino no neutralino juntamente com o bóson W, sendo utilizada no mapa (a) a curva geral e no mapa (b) a curva individual do chargino, curva laranja da fig.(7).	36
15	Mapa de calor para $\langle\gamma\beta\rangle$ do decaimento em 3 corpos do gluino.	36
16	Ilustração da aproximação de um decaimento em 3 corpos ($Y_0 \rightarrow Y_1 + a + b$) por um decaimento em 2 corpos com uma massa efetiva: $Y_0 \rightarrow Y_1 + X^{eff}$	37
17	Resultados para o decaimento em 3 corpos, porém utilizando a massa efetiva definida pela equação (41).	38
18	Mapa de calor para o erro em $\langle\gamma\beta_2\rangle$ em função de M_1 e do erro em β_1 (ver texto).	39
19	Processo de produção e decaimento em duas etapas para o Modelo 7.	39
20	Mapas de calor para o erro no fator de boost ($\langle\gamma\beta\rangle$) para o primeiro (a) e segundo (b) decaimentos.	40

1 Introdução

A área de física de partículas tem como objetivo estabelecer modelos para explicar os comportamentos e as propriedades das partículas elementares. O principal modelo desenvolvido é o Modelo Padrão (MP), ele muitas vezes é considerado como uma das teorias mais bem sucedidas da ciência, pois explica com grande precisão uma gama enorme de fenômenos experimentais. No entanto, existem alguns fenômenos experimentais dos quais ele não é capaz de explicar, como a massa dos neutrinos, a matéria e energia escura, o efeito da gravidade na escala quântica, a simetria entre partícula e anti-partícula e outros efeitos que vem sendo estudados [2].

Motivados por essas inconsistências teóricas, novos modelos propõe a incorporação de novas partículas de alta energia na escala de GeV-TeV, que podem ser produzidas nos aceleradores de partículas como o LHC. Mas que até o momento não foram detectadas. Duas possibilidades são apontadas para explicar essa ineficiência dos aceleradores, sendo elas:

- as massas das partículas são maiores que a escala de energia do LHC ou
- as novas partículas são fracamente acopladas às partículas do MP, resultando em uma baixa seção de choque.

Dentro da segunda possibilidade são propostos modelos que preveem novas partículas metaestáveis que podem decair dentro ou fora dos detectores presentes no acelerador. Por conta desse fator essa possibilidade vem sendo amplamente pesquisada [1].

A informação mais valiosa para a realização dessas pesquisas é saber onde procurar essas novas partículas. Para exemplificar essa importância, temos na figura (1) o recorte do detector CMS, um dos principais presentes no LHC. Podemos ver que temos diversas camadas de detecção representadas pelos números na imagem, cada um com a sua função. Como estamos tratando de uma partícula nova ela pode ou não ser detectada por essas camadas, portanto é de suma importância saber o seu comprimento de decaimento para sabermos onde procurar por ela. Ou então detectá-las de forma indireta através do seus produtos de decaimento.

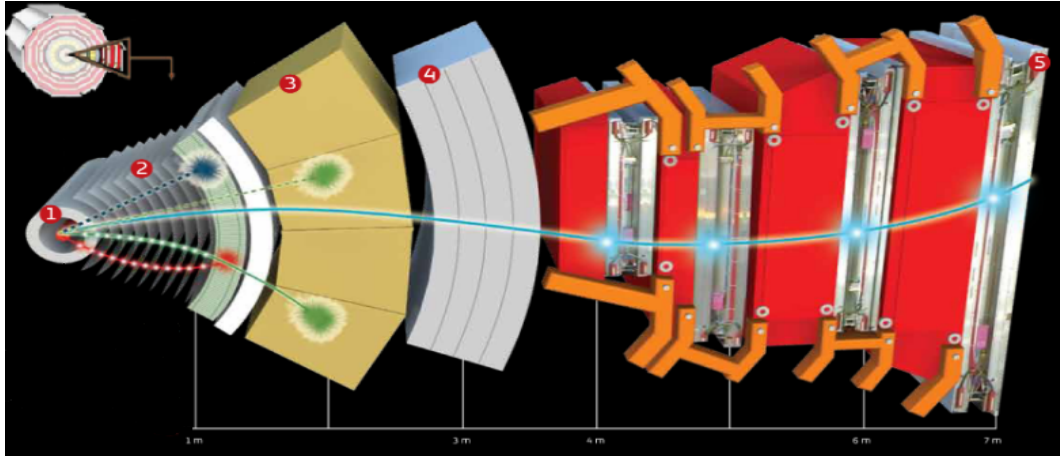


Figura 1: Recorte do detector CMS. Com números e linhas que representam os detectores e diferentes partículas respectivamente.

Fonte: Cern, <https://cms.cern/news/how-cms-detects-particles>.

Portanto o comprimento do decaimento no referencial do laboratório é uma das propriedades mais relevantes para a realização de buscas por partículas metaestáveis. Uma determinação precisa do comprimento de decaimento em um dado evento exige o uso de simuladores de Monte Carlo como o MadGraph5_aMC@NLO [4] e Pythia8, resultando um alto custo computacional.

Tendo em vista esse problema, o seguinte projeto visa encontrar uma expressão analítica para o comprimento de decaimento médio destas partículas metaestáveis. Assim agilizando e trazendo uma flexibilidade de uso para testes de modelos além do MP que incluam tais partículas.

2 Objetivos

O projeto aqui proposto tem como principal objetivo estimar o comprimento de decaimento médio de uma partícula metaestável (partículas com um tamanho de decaimento mensurável), após uma série de decaimentos, conforme representado na Figura 2. O comprimento de decaimento medido em laboratório pode ser calculado uma vez que a velocidade (ou *boost*) da partícula metaestável (long-lived particle ou LLP) seja conhecido. No entanto, o *boost* dependerá da série de decaimentos que antecedem o decaimento da LLP. Para calcular o *boost* médio de uma maneira aproximada, iremos assumir as seguin-

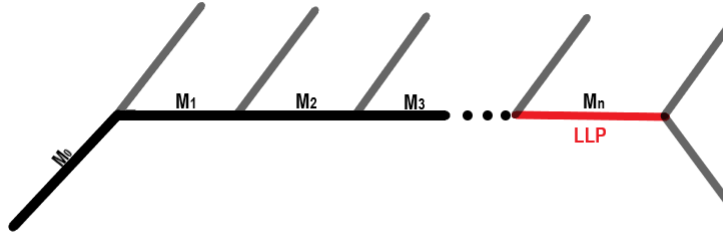


Figura 2: Representação de uma série de decaimentos de partículas instáveis que terminam no decaimento de uma partícula metaestável (LLP) com comprimento de decaimento macroscópico.

tes aproximações:

1. *Aproximação 1*: Todos os decaimentos são do tipo $i \rightarrow j + X$, ou seja, decaimentos em dois corpos, onde a partícula X é uma partícula do modelo padrão.
2. *Aproximação 2*: Os ângulos de cada decaimento são aleatórios. Apesar de tais ângulos sofrerem uma influência da dinâmica do modelo, tal hipótese é necessária para determinarmos expressões gerais, que não se apliquem somente a modelos específicos.
3. *Aproximação 3*: A partícula inicialmente produzida na colisão (com massa M_0) tem uma velocidade fixa V_0 . Apesar de tais partículas serem produzidas com uma distribuição de velocidades, tal distribuição também depende do modelo. Logo assumiremos uma única velocidade média que seja representativa.

A partir das aproximações acima o objetivo do projeto é determinar uma expressão analítica que possa ser calculada de maneira eficiente e que forneça uma aproximação para o comprimento de decaimento médio:

$$l_{LLP} = F(M_0, M_1, M_2, \dots, M_N; \tau_N; V_0) \quad (1)$$

Na expressão acima foi utilizada a notação da Figura 2, τ_N é o tempo de vida próprio da LLP, V_0 a velocidade média da partícula inicial, M_i são as massas das partículas além do MP envolvidas na cadeia de decaimentos até a partícula metaestável M_N .

Além da obtenção da função acima também iremos verificar a validade de todas as aproximações adotadas comparando o comprimento médio obtido pelo método proposto com o resultante de uma simulação completa de Monte Carlo para alguns modelos de interesse. Alguns conceitos fundamentais na área de física de partículas, como relatividade especial e o Modelo Padrão, formaram a base para o desenvolvimento deste trabalho, portanto na próxima seção será apresentado uma breve revisão destas teorias.

3 Revisão Teórica

3.1 Relatividade Especial

A teoria da relatividade especial desenvolvida por Albert Einstein teve um papel central para uma mudança de paradigma na física, com o abandono do conceito de tempo absoluto, uma ideia que já estava mais do que consolidada com as teorias de Newton. A partir de experimentos mentais (Luz dentro de um trem, experimento do elevador, etc...) e algumas falhas observadas na teoria de Newton, como a órbita de mercúrio, Einstein propôs algumas mudanças na teoria Newtoniana.

A Relatividade Especial se baseia em dois postulados:

- Primeiro postulado: As leis físicas não sofrem alteração em diferentes referencias inerciais. Essa ideia já era válida na mecânica clássica onde independente do referencial inercial as leis newtonianas valem e tem o mesmo princípio.

- Segundo postulado: A luz tem a mesma velocidade no vácuo para todos os observadores, independentemente de sua velocidade relativa.

Este segundo postulado contradiz a física newtoniana, onde a luz devia ter mudanças no valor de sua velocidade para diferentes referenciais inerciais. Com isso Einstein propôs que a velocidade da luz deveria ter um valor absoluto, e portanto o tempo e o espaço não podem ser absolutos. Uma das importantes consequências destes postulados é a dilatação do tempo e do espaço, esse assunto será tratado na próxima seção.

3.2 Transformações de Lorentz

As transformações de Lorentz são uma das principais bases matemáticas da relatividade especial. Elas descrevem como as medidas de tempo e espaço variam entre diferentes sistemas inerciais. Além de se basearem na ideia de que a velocidade da luz no vácuo é a mesma para todos os observadores, é necessário algumas considerações para a dedução destas transformações, são elas [3]:

- Homogeneidade e isotropia do espaço: As propriedades dos instrumentos para as medições não variam com o tempo e nem com a posição assumida no espaço.
- Sem memória: O que ocorreu no passado não altera as propriedades intrínsecas dos instrumentos de medição. Por exemplo, um relógio que está em um dado referencial com uma velocidade elevada terá um atraso na medição do tempo mas a forma com que ele mede o tempo é a mesma que um relógio em um outro referencial.

A partir destas hipóteses, vamos supor um evento ocorrendo em um referencial S' com as coordenadas (x', y', z', t') , este referencial tem uma velocidade V_x com relação a outro referencial S com coordenadas (x, y, z, t) . As coordenadas do observador em S tem a seguinte relação com as coordenadas do observador em S' [3]:

$$x = \frac{(x' + V_x t')}{\sqrt{1 - \left(\frac{V_x}{c}\right)^2}} \quad (2)$$

$$t = \frac{(t' + (\frac{V_x}{c^2})x')}{\sqrt{1 - (\frac{V_x}{c})^2}} \quad (3)$$

Essas são as equações da transformação de Lorentz para uma dimensão, dado que a transformação só afeta a mesma coordenada do boost [3]. Onde "c" é a velocidade da luz ($c \approx 300.000.000 \text{ Km/s}$ no vácuo). Generalizando as eqs.(2,3) para um boost que tenha componentes nas três direções, ficamos com a seguinte matriz de transformação geral:

$$\begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta_{v_x} & -\gamma\beta_{v_y} & -\gamma\beta_{v_z} \\ -\gamma\beta_{v_x} & 1 + (\gamma - 1)\frac{\beta_{v_x}\beta_{v_x}}{\beta^2} & (\gamma - 1)\frac{\beta_{v_x}\beta_{v_y}}{\beta^2} & (\gamma - 1)\frac{\beta_{v_x}\beta_{v_z}}{\beta^2} \\ -\gamma\beta_{v_y} & (\gamma - 1)\frac{\beta_{v_y}\beta_{v_x}}{\beta^2} & 1 + (\gamma - 1)\frac{\beta_{v_y}\beta_{v_y}}{\beta^2} & (\gamma - 1)\frac{\beta_{v_y}\beta_{v_z}}{\beta^2} \\ -\gamma\beta_{v_z} & (\gamma - 1)\frac{\beta_{v_z}\beta_{v_x}}{\beta^2} & (\gamma - 1)\frac{\beta_{v_z}\beta_{v_y}}{\beta^2} & 1 + (\gamma - 1)\frac{\beta_{v_z}\beta_{v_z}}{\beta^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

Na matriz definimos $\beta_v = \frac{V}{c}$ e $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_v^2}}$, aproveitaremos essa nomenclatura no restante do trabalho.

Como estamos sempre tratando de problemas na escala relativística, utilizaremos a notação quadri-vetorial. Para o caso do 4-vetor posição:

$$k^\mu = (ct, x, y, z) \quad (4)$$

O produto escalar entre dois quadrivetores é dado por:

$$w_w \cdot k_k = (ct_w \cdot ct_k - x_w \cdot x_k - y_w \cdot y_k - z_w \cdot z_k) \quad (5)$$

Este produto é invariante por transformações de Lorentz [3]. Isso significa que independente do referencial que o observador estiver, a grandeza

$$\Delta S = k_w \cdot k^w = (ct_w \cdot ct^w - x_w \cdot x^w - y_w \cdot y^w - z_w \cdot z^w) \quad (6)$$

terá o mesmo valor.

Como já sabemos da teoria newtoniana, intervalos invariantes são importantes para o desenvolvimento da mecânica, como momento e energia, que serão conceitos fundamentais para a elaboração da equação analítica apresentada na seção 4.

3.3 Modelo padrão

O objetivo desta seção é fornecer uma breve introdução ao Modelo Padrão. Como sua base é constituída de conceitos avançados, vamos apenas apresentar uma compreensão simplificada, o suficiente para dar uma visão geral do que usaremos no nosso trabalho, que também se limita a esses conceitos mais simples [2].

Após a consolidação da mecânica quântica, os físicos começaram a busca por ferramentas que pudessem descrever as partículas e as forças fundamentais até então observadas. Na década de 70 foi desenvolvido o principal modelo utilizado na física moderna nos dias atuais, o Modelo Padrão (MP), ele foi desenvolvido pela colaboração de grandes mentes desta época.

O MP é um modelo de teoria quântica de campos [2], que descreve as partículas elementares que compõem a matéria e as forças que governam suas interações. O modelo é baseado em princípios de simetria, baseados nos grupos de simetria $SU(3)$, $SU(2)$ e $U(1)$, além do grupo de Lorentz. Esses princípios permitem que os físicos expliquem uma grande variedade de fenômenos na física, como a existência de certas partículas.

O MP é composto por dois grandes grupos, os Férmions, partículas com spin semi-inteiro, e os Bóson, partículas com spin inteiro, como mostrado na fig.(3). No primeiro grupo temos:

- Quarks: são partículas com cor, responsáveis pela formação dos prótons e nêutrons, que formam o núcleo atômico. Os quarks se subdividem em seis tipos: Up, Down, Charm, Strange, Top e Bottom. Podemos ver a diferença entre os diferentes tipos na fig.(3).
- Léptons: não possuem cor. Eles também são encontradas em seis tipos, como ilustrado na fig.(3), onde podemos ver que cada tipo de Lépton tem uma carga elétrica específica e uma massa diferente.

É importante ressaltar que todos os quarks e léptons possuem uma anti-partícula, os antiquarks e antileptons. Essas partículas têm cargas elétricas opostas às suas respectivas partículas, mas com massas iguais. O porquê nosso universo é dominado pelas partículas da fig.(3) e não suas anti-partículas é uma das questões em aberto do MP [1].

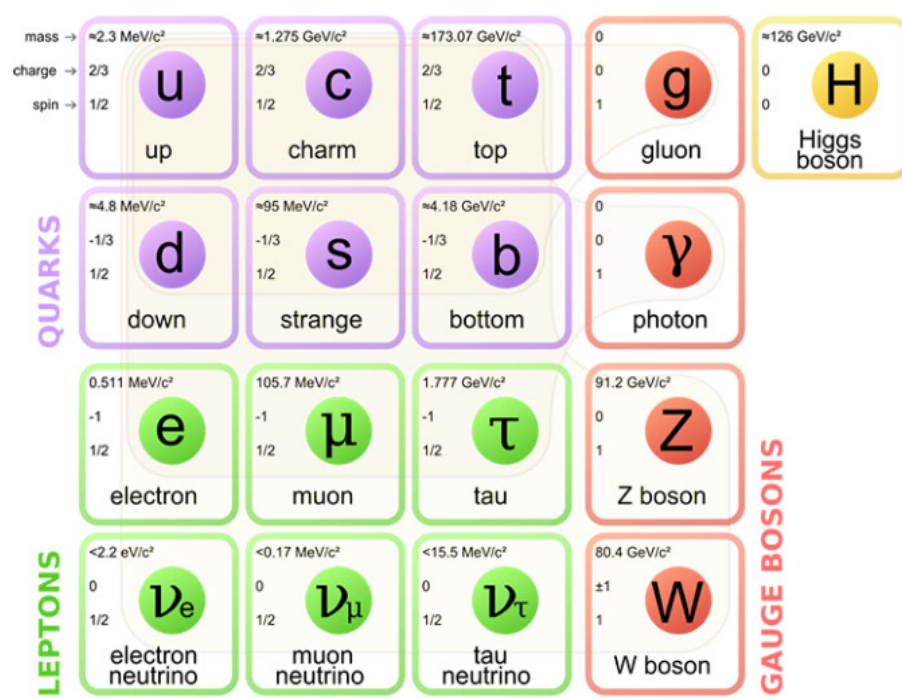


Figura 3: Representação visual das partículas previstas pelo MP, fica claro a separação entre Férmions (matéria) e Bósons (interação), dentro de cada bloco temos a massa da partícula, sua carga e spin. Além da divisão por spin, temos uma separação por gerações, cada coluna dos Férmions representa uma geração.

Fonte:Wikipedia,<https://pt.wikipedia.org/wiki/Modelo-Padroao>.

Como citado na seção 2, mesmo com o sucesso do Modelo Padrão, diversas evidências experimentais [2] (existência de matéria escura e energia escura, massa não nula para os neutrinos, etc.) indicam que o modelo está incompleto. Novos modelos são propostos para explicar estas novas observações experimentais. Um desses modelos será usado para testar nossas aproximações analíticas. O modelo que usaremos é o *Minimal Supersymmetric Standard Model* (MSSM), uma proposta de extensão ao Modelo Padrão.

O MSSM propõe uma extensão ao MP que inclui supersimetria (SUSY) como uma simetria a mais entre as partículas. A ideia central da supersimetria é que cada partícula elementar conhecida (como elétrons, quarks e bósons) tem uma correspondente supersimétrica com spin diferente, que difere das partículas conhecidas por um valor de $1/2$ [5]. Por exemplo, o parceiro supersimétrico do elétron seria o "seletron".

O "minimal" do modelo diz respeito ao número de partículas supersimétricas. Este modelo inclui o número mínimo de partículas supersimétricas consistentes com o MP. Outros modelos sugerem a incorporação de mais partículas ao Modelo Padrão.

As parceiras supersimétricas dos férmions do MP são denominadas por sférmions (squark, selectron,...). Já as parceiras dos bósons são chamadas de higgsinos (parceiros do Higgs) e gauginos (parceiros dos bósons de gauge) como ilustrado na fig.(4). O MSSM também tem muitos parâmetros livres, por ser descrito com uma lagrangiana supersimétrica, o que torna difícil prever suas propriedades precisas [5], por introduzir várias novas partículas e parâmetros livres o MSSM nos permite estudar diversos processos de produção e decaimento de novas partículas.

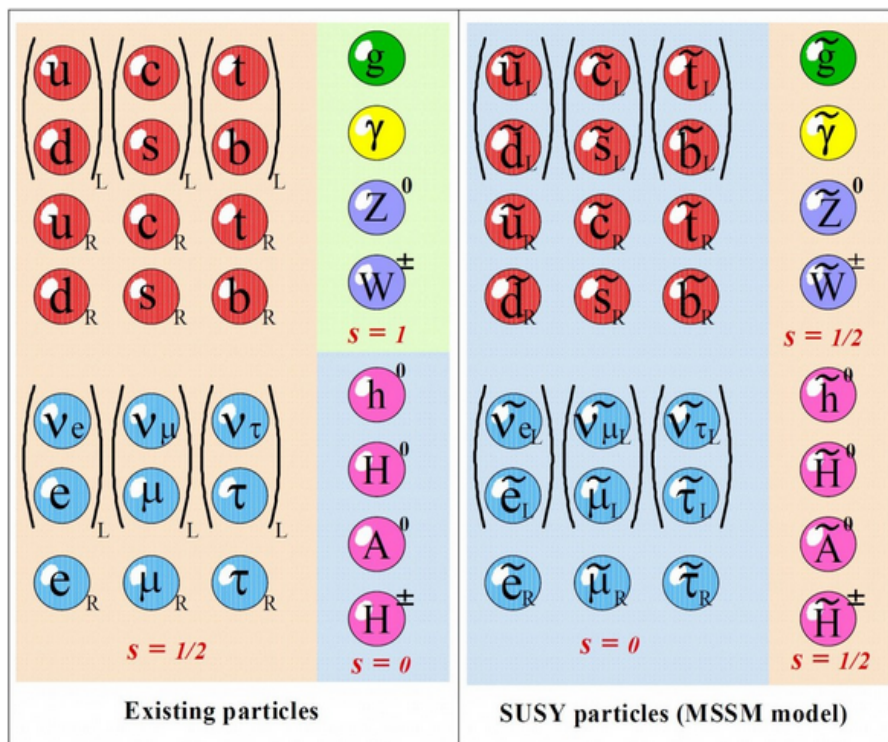


Figura 4: Ao lado esquerdo temos as partículas previstas pelo MP, no lado direito temos as suas parceiras supersimétricas.

Fonte:

UCI, <https://sites.uci.edu/energyobserver/2012/12/02/update-on-some-higgs-blog-entries>.

4 Métodos

Nesta seção iremos apresentar os dois métodos que utilizaremos no nosso trabalho. Primeiramente será discutida a aproximação analítica que estamos propondo, em seguida, será explicado o funcionamento básico do programa MadGraph5 [4] que faz suas simulações completas utilizando Monte Carlo e com isso poderemos validar e quantificar todas as aproximações utilizadas no método analítico.

Antes de apresentar os métodos, vamos voltar ao problema inicial. Investigaremos como os decaimentos ocorrem dentro dos colisores de partículas. Inicialmente duas partículas subatômicas, geralmente elétrons ou prótons, são aceleradas em direções opostas por meio de intensos campos eletromagnéticos, quando atingem uma velocidade adequada (isso vai depender da energia que o experimento precisa), a um alinhamento de trajetória e elas colidem. Quando ocorre a colisão, elas interagem por meio de forças eletromagnéticas e nucleares fortes e fracas. Essas interações podem resultar na produção de outras partículas subatômicas, como bósons, mésons, hádrons e outras partículas elementares.

Iremos assumir que após a colisão uma partícula Y_0 instável foi produzida, que decai em outras duas partículas Y_1 e X_1 , como mostrado na fig.(5. a). A direção e a velocidade com que essa novas partículas são geradas vão depender da velocidade da partícula mãe (β_0), de algumas propriedades da partícula mãe, como spin, cor, massa e também dependem de outros detalhes do modelo.

Olhando apenas para a partícula de interesse Y_1 , podemos então montar a seguinte expressão para a velocidade média exata dessa partícula:

$$\langle \beta_1 \rangle = \int d\beta_0 \int d\Omega P(\beta_0, \theta, \phi) \beta_1(\beta_0, \theta, \phi) \quad (7)$$

Onde θ e ϕ são os ângulos de decaimento no referencial de repouso da partícula mãe (ver fig.(5. b)) e $P(\beta_0, \theta, \phi)$ a função de densidade de probabilidade que é influenciada pelas propriedades da partícula mãe, essa função contrapõe principalmente a nossa aproximação de ângulos aleatórios (*Aproximação 2*). A eq.(7) não poderia ser utilizada para uma generalização, dado que precisamos de informações específicas da partícula mãe e de suas interações. Para obter um resultado analítico que só dependa das massas das partículas, vamos utilizar as

aproximações que sugerimos.

Utilizando as aproximações discutidas na Seção 2 podemos simplificar a eq.(7):

$$\langle \beta_1 \rangle \approx \int d\Omega \beta_1(\langle \beta_0 \rangle, \theta, \phi) \quad (8)$$

onde substituímos a velocidade (variável) da mãe por uma velocidade média fixa.

Veremos que esta aproximação dependerá apenas das massas das partículas e de $\langle \beta_0 \rangle$. Na próxima subseção iremos determinar uma expressão para $\langle \beta_1 \rangle$.

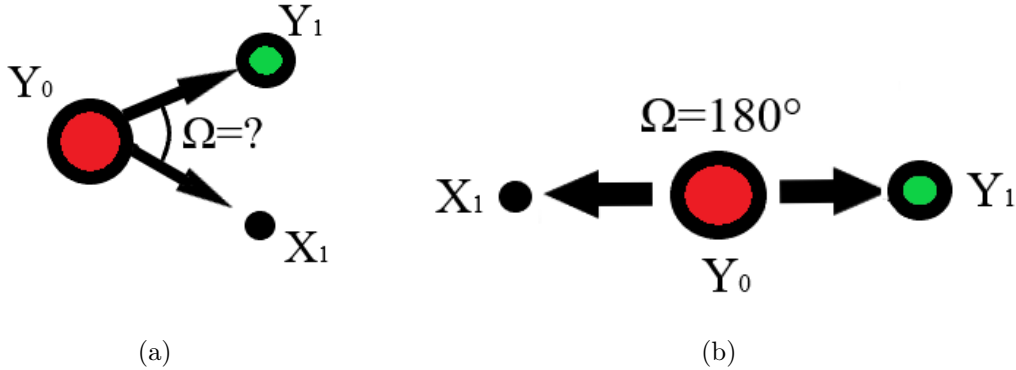


Figura 5: Exemplificação do decaimento $Y_0 \rightarrow Y_1 + X_1$. Na imagem a temos como esse evento é observado pelo referencial de laboratório. Na imagem b temos o mesmo evento no referencial da partícula Y_0 .

4.1 Aproximação Analítica

Queremos a partir de conceitos cinemáticos e matemáticos apresentados na seção 3, encontrar a expressão 1, dado as aproximações apresentadas na seção 2. Utilizando a notação quadri-vetorial que foi apresentada anteriormente, temos por definição, o quadri vetor do momento como [3]:

$$P^\mu = (\gamma mc, \gamma m\vec{v}) = \left(\frac{E}{c}, \vec{P}\right) \quad (9)$$

O modulo do quadrimomento é dado por:

$$E^2 = m^2 c^4 + \vec{P}^2 c^2 \quad (10)$$

Todas as expressões acima serão de grande utilidade para o desenvolvimento de uma expressão analítica para o comprimento de decaimento médio.

Como explicado na seção 2, vamos considerar decaimentos de dois corpos do tipo (ver *Aproximação 1*) :

$$Y_0 \rightarrow Y_1 + X_1 \quad (11)$$

com massas $Y_0 \rightarrow M_0$, $Y_1 \rightarrow M_1$, $X_1 \rightarrow m_1$, e será utilizada a notação de unidade naturais ($\hbar=c=1$). Para os próximos passos vamos assumir a velocidade da mãe (β_0) fixa (*Aproximação 3*) na direção z. No entanto nossos resultados serão válidos para velocidades em qualquer direção [3].

Primeiro vamos analisar o decaimento a partir do quadro de referência da partícula mãe (faremos isso pois facilita os cálculos), onde $\beta_0 = 0$. Com isso, podemos aplicar o conceito de conservação de quadrimomento e as equações (9) e (10), obtendo a seguinte equação para a energia das partículas Y_1 e X_1 :

$$E_1^{cm} = \frac{M_0^2 + M_1^2 - m_1^2}{2M_0} \quad , \quad E_2^{cm} = \frac{M_0^2 + m_1^2 - M_1^2}{2M_0} \quad (12)$$

Para P_1 no referencial de repouso da partícula mãe ficamos com:

$$P_1^{cm} = \sqrt{(E_1^{cm})^2 - M_1^2} \quad (13)$$

Aplicando agora as transformadas de Lorentz, eqs.(2, 3), para obter o quadrimomento da partícula no sistema de referência do laboratório [3], onde a partícula mãe tem uma velocidade $\beta_0 \neq 0$, obtemos

$$P'_{1z} = \gamma(P_1^{cm} \cos \theta + \beta_0 E_1^{cm}) \quad (14)$$

$$E'_1 = \gamma(E_1^{cm} \cos \theta + \beta_0 P_1^{cm}) \quad (15)$$

onde θ é o ângulo com que a partícula decai em relação ao eixo z no referencial de repouso da mãe, com a restrição $0 \leq \theta \leq \pi$. Para P'_{1x} e P'_{1y} ficamos com:

$$P'_{1x} = P_1^{cm} \cos \phi \sin \theta \quad , \quad P'_{1y} = P_1^{cm} \sin \phi \sin \theta \quad (16)$$

onde ϕ é o ângulo azimutal do decaimento da partícula no referencial de repouso da mãe, no intervalo $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Sendo assim temos, no referencial de

laboratório:

$$\beta_1 = \frac{|P'_1|}{E'_1} = \frac{\sqrt{(\gamma^2(P_1^{cm} \cos \theta + \beta_0 E_1^{cm})^2 + (P_1^{cm} \cos \phi \sin \theta)^2 + (P_1^{cm} \sin \phi \sin \theta)^2)}}{\gamma(E_1^{cm} + \beta_0 P_1^{cm} \cos \theta)} \quad (17)$$

Para simplificar esta expressão podemos utilizar:

$$\sin^2 \theta + \gamma^2 \cos^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta + \gamma^2 \cos^2 \theta = 1 + \cos^2 \theta (\gamma^2 - 1) = 1 + \cos^2 \theta \beta_0^2 \gamma^2 \quad (18)$$

$$\beta_1 = \frac{\sqrt{P_1^{cm}[\gamma^2 + (\gamma \beta_0 \cos \theta)^2] + \gamma^2 \beta_0^2 (P_1^{cm2} + m_1^2) + 2\gamma^2 \beta_0 E_1^{cm} P_1^{cm} \cos \theta}}{\gamma(E_1^{cm} + \beta_0 P_1^{cm} \cos \theta)} \quad (19)$$

Vamos fazer as seguintes substituições de variáveis $P_1^{cm} \beta_0 \cos \theta = y$ e $P_1^{cm2} + \beta_0^2 M_1^2 = A$:

$$\beta_1 = \frac{\sqrt{A - E_1^{cm2} + (y + E_1^{cm})^2}}{(E_1^{cm} + y)} \quad (20)$$

faremos uma outra substituição:

$$x = E_1^{cm} + y \quad (21)$$

$$A - E_1^{cm2} = P_1^{cm2} + M_1^2 \beta_0^2 - P_1^{cm2} - M_1^2 = -\left(\frac{M_1}{\gamma}\right)^2 \equiv -\bar{M}_1^2 \quad (22)$$

Assim temos:

$$\beta_1 = \frac{\sqrt{x^2 - \bar{M}_1^2}}{x} \quad (23)$$

Lembrando que essa velocidade depende do ângulo θ de emissão da partícula, portanto para cada ângulo de emissão temos uma velocidade diferente da partícula Y_1 . Com isso em mente vamos calcular a velocidade média $\langle \beta \rangle$.

Para $\langle \beta_1 \rangle$, vamos considerar a aproximação de ângulos aleatórios (*Aproximação 2*). Portanto precisamos integrar a eq.(23) com relação a $\cos \theta$, ficando

assim com:

$$\langle \beta_1 \rangle = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{x^2 - \bar{M}_1^2}}{x} d \cos \theta \quad (24)$$

O termo $\frac{1}{2}$ é um fator de normalização, introduzido por conta da geometria do problema, sem esse termo estaríamos somando duas vezes a mesma velocidade.

A partir da eq.(21) temos $\cos \theta = \frac{x - E_1^{cm}}{\beta_0 P_1^{cm}}$, resultando em:

$$\langle \beta_1 \rangle = \frac{1}{2\beta_0 P_1^{cm}} \int_{E_1^{cm} - \beta_0 P_1^{cm}}^{E_1^{cm} + \beta_0 P_1^{cm}} \frac{\sqrt{x^2 - \bar{M}_1^2}}{x} dx \quad (25)$$

Logo:

$$\langle \beta_1 \rangle = \frac{1}{2\beta_0 P_1^{cm}} \left[\sqrt{x^2 - \bar{M}_1^2} - \bar{M}_1 \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{x^2 - \bar{M}_1^2}}{\bar{M}_1} \right) \right] \Big|_{E_1^{cm} - \beta_0 P_1^{cm}}^{E_1^{cm} + \beta_0 P_1^{cm}} \quad (26)$$

Apesar da equação acima nos fornecer a expressão desejada, nós não vamos utilizá-la diretamente para o cálculo de $\gamma\beta$. Será explicado na próxima seção o porquê dessa escolha. Como uma segunda via, vamos calcular diretamente $\gamma\beta$ usando os mesmos fundamentos que utilizamos anteriormente. Usando a eq.(23) temos:

$$\gamma\beta_1 = \frac{\beta_1}{\sqrt{1 - \beta_1^2}} = \frac{\sqrt{x^2 - \bar{M}_1^2}}{x} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{x^2 - \bar{M}_1^2}}{x}\right)^2}} = \frac{\sqrt{x^2 - \bar{M}_1^2}}{\bar{M}_1} \quad (27)$$

Integrando sobre o ângulo $\theta(x)$:

$$\langle \gamma\beta_1 \rangle = \frac{1}{2\beta_0 P_1^{cm}} \int_{E_1^{cm} - \beta_0 P_1^{cm}}^{E_1^{cm} + \beta_0 P_1^{cm}} \frac{\sqrt{x^2 - \bar{M}_1^2}}{\bar{M}_1} dx \quad (28)$$

$$\Rightarrow \langle \gamma\beta_1 \rangle = \frac{\bar{M}_1}{4\beta_0 P_1^{cm}} \left[\frac{x\sqrt{x^2 - \bar{M}_1^2}}{\bar{M}_1^2} - \ln \left(\frac{|x + \sqrt{x^2 - \bar{M}_1^2}|}{\bar{M}_1} \right) \right] \Big|_{E_1^{cm} - \beta_0 P_1^{cm}}^{E_1^{cm} + \beta_0 P_1^{cm}} \quad (29)$$

Lembrando que:

$$E_1^{cm} = \frac{M_0^2 + M_1^2 - m_1^2}{2M_0}, \quad P_1^{cm} = \sqrt{E_1^{cm2} - M_1^2} \quad (30)$$

Podemos ver então que a expressão alcançada está dentro dos parâmetros que foram propostos na seção 2, dependendo apenas das massas das partículas.

Portanto vamos utilizar o resultado da eq.(29) como nossa equação analítica para $\langle \gamma\beta_1 \rangle$ a ser testada. Para uma série de decaimentos vamos extrair o $\langle \beta_1 \rangle$ a partir do resultado de $\langle \gamma\beta_1 \rangle$ e assim seguir para o próximo decaimento. Da seguinte forma:

$$\langle \beta_1 \rangle = \frac{\langle \gamma\beta_1 \rangle}{\sqrt{1 + \langle \gamma\beta_1 \rangle^2}} \quad (31)$$

Vamos supor agora uma série de dois decaimentos.

$$Y_0 \rightarrow Y_1 + X_1, \quad Y_1 \rightarrow Y_2 + X_2 \quad (32)$$

Para o segundo decaimento a partícula 1 se torna a partícula mãe com velocidade $\langle \beta_1 \rangle$ decaindo em duas filhas com massas (M_2 e m_2). Com essas informações e as massas das partículas M_1 , M_2 e m_2 , dispomos de todos os valores necessários para utilizar novamente a eq.(29) e obter o valor de $\langle \gamma\beta_2 \rangle$. Portanto para N decaimentos podemos repetir este mesmo processo. Para cada novo decaimento a "partícula filha se torna a mãe" na eq.(29) e assim calculamos todos os $\langle \gamma\beta \rangle$'s da cadeia de decaimentos. Sendo necessário para isso as massas das partículas envolvidas e apenas a velocidade da partícula 0, pois para as demais partículas utilizaremos o valor de $\langle \gamma\beta \rangle$ para estimar $\langle \beta \rangle$.

Como foi citado acima existe uma distribuição de valores de $\gamma\beta$, sendo assim, estamos considerando um valor representativo (valor médio). Queremos saber qual a incerteza de utilizarmos esse valor médio, com isso vamos ter a largura da distribuição dos valores de $\gamma\beta$. É importante sabermos pois, dependendo de

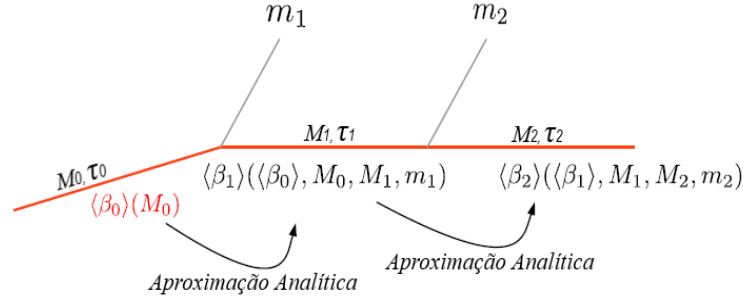


Figura 6: Esquematização do algoritmo para determinar o $\langle \gamma \beta \rangle$ da partícula de interesse. A única entrada necessária é as massas das partículas envolvidas no decaimento, para assim, seguindo o processo descrito, determinar o último $\langle \gamma \beta \rangle$.

como é o perfil dessa distribuição o valor médio pode não ser o melhor valor para representar essa distribuição

Para o cálculo da incerteza do $\langle \gamma \beta_1 \rangle$, temos a seguinte expressão para o valor da incerteza:

$$\sigma_{\langle \gamma \beta_1 \rangle}^2 = \frac{\sum_{i=0}^N (\langle \gamma \beta_1 \rangle - \gamma \beta_1^i)^2}{N} \quad (33)$$

Podemos ver nesta equação o que foi citado, estamos calculando o quanto os valores de $\gamma \beta$ se distanciam do valor de $\langle \gamma \beta \rangle$.

Fazendo algumas substituições e assumindo uma distribuição contínua, chegamos em:

$$\sigma_{\langle \gamma \beta_1 \rangle}^2 = \frac{1}{2\beta_0 P_1^{cm}} \int (\gamma \beta_1(\theta))^2 d\theta - \langle \gamma \beta_1 \rangle^2 \quad (34)$$

Para a integral, utilizando os mesmos passos para a determinação do $\langle \gamma \beta \rangle$, pode-se mostrar que:

$$\sigma_{\langle \gamma \beta_1 \rangle}^2 + \langle \gamma \beta_1 \rangle^2 = \int_{E_1^{cm} - \beta_0 P_1^{cm}}^{E_1^{cm} + \beta_0 P_1^{cm}} \left(\frac{\sqrt{x^2 - \bar{m}_1^2}}{\bar{m}_1} \right)^2 dx \quad (35)$$

Desenvolvendo a integral a cima e juntando com a expressão do $\sigma_{\langle \gamma \beta_1 \rangle}$ temos:

$$\sigma_{\langle\gamma\beta_1\rangle}^2 = \frac{1}{2\beta_0 P_1^{cm}} \left[\frac{x^3}{3\tilde{m}_1^2} - x \right] \Big|_{E_1^{cm} - \beta_0 P_1^{cm}}^{E_1^{cm} + \beta_0 P_1^{cm}} - \langle\gamma\beta_1\rangle^2 \quad (36)$$

Novamente temos uma equação que depende apenas das variáveis que propusemos anteriormente para o cálculo do $\langle\gamma\beta\rangle$.

4.2 Simulação de Monte Carlo

Como explicado no começo da seção, as distribuições de β_0 e $\gamma\beta_i$ dependem do modelo. Uma das melhores técnicas para determinar estas distribuições é utilizando simulações de Monte Carlo.

O método se baseia em realizar simulações com grandes números de amostras aleatórias dentro de um intervalo de valores e assim cobrir toda gama de possibilidades de um dado processo. Podendo ser utilizada uma distribuição de probabilidade para auxiliar na produção destas amostras. Isso é muito importante em nosso caso, pois o método analítico considera uma amostragem puramente aleatória. No entanto, a distribuição probabilística dos eventos, dependerá do modelo e processos considerados.

Utilizaremos o programa MadGraph5 [4] para realizar nossas simulações. O MadGraph5 é uma ferramenta amplamente utilizada para simulações em física de partículas, que tem como base simulações de Monte Carlo, suportando diversos modelo teóricos como o MP discutido na seção 3 e também modelos da nova física. A flexibilidade do MadGraph5 é uma das suas grandes qualidades, permitindo a realização de simulações utilizando qualquer modelo existente de física de partículas. A ferramenta considera a dinâmica do modelo definido pelo usuário para realizar as simulações, isso significa que são consideradas todas as propriedades das partículas envolvidas na colisão e decaimento. Como discutido anteriormente, o método de Monte Carlo recorre a gerações de eventos, sendo assim devemos nos preocupar com o erro de convergência deste método (chamada incerteza de Monte Carlo). Na subseção anterior, vimos que vamos comparar $\gamma\beta$'s médios, portanto temos que garantir que não temos erros significativos de convergência, para isso é necessário um alto custo computacional. Para a nossa análise, em cada processo estudado era feita uma análise de convergência do $\gamma\beta$, garantindo assim que estávamos com um $\langle\gamma\beta\rangle$ representativo.

Com tudo que foi apresentado acima, fica claro como a ferramenta é útil e versátil para análises na área de Física de partículas. Portanto para este trabalho a utilizaremos para testar todas as aproximações apresentadas. Os modelos utilizados serão modelos simplificados baseados no MSSM, onde testaremos um vasto conjunto de decaimentos, como decaimento em três corpos, diferentes canais de produção, partículas com spin e outras propriedades que serão descritas na próxima seção. Assim esperamos quantificar o erro das nossas aproximações e a eficiência da nossa equação analítica.

5 Resultados e Discussão

O propósito principal desta seção é verificar as aproximações discutidas na seção 2. Aqui poderemos mensurar qual é o erro associado à aproximação de ângulos aleatórios, a utilização de uma velocidade "média" para as partículas instáveis e também como as nossas aproximações são afetadas no caso de um decaimento de três corpos. Desta forma investigaremos o quanto propriedades do modelo como spin, canal de decaimento, processo de produção, etc, afetam nossas aproximações. Utilizaremos um programa que é referência na área de fenomenologia para esse tipo de simulações que é o MadGraph5_aMC@NLO [4]. Utilizando o modelo MSSM no MadGraph5 verificaremos cada uma das aproximações listadas na seção 2.

Primeiro usaremos um processo no qual uma partícula mãe escalar decai em duas outras partículas. Como no decaimento de uma partícula escalar os ângulos são aleatórios as aproximações 1 e 2 (ver seção 2) são automaticamente satisfeitas. Sendo assim podemos mensurar o erro associado à utilização de um valor médio para a velocidade da partícula mãe (ver *Aproximação 3*). A seguir investigaremos uma partícula mãe com spin $\frac{1}{2}$, para podermos verificar como a nossa aproximação de ângulos aleatórios afeta os resultados. Em um terceiro cenário examinaremos um caso com o decaimento em três corpos, contradizendo a nossa principal aproximação, de decaimentos em dois corpos (*Aproximação 1*). Também investigaremos como todos estes efeitos juntos podem afetar nossas aproximações. Por fim será investigado o caso de decaimentos em 2 etapas. Nestes casos estamos utilizando duas vezes a aproximação de velocidade constante. Poderemos mensurar assim como o erro é propagado para os demais

decaimentos.

Antes de apresentar os resultados vamos lembrar o porquê de utilizarmos uma velocidade média para a partícula mãe (nossa *Aproximação 3*). O nosso grande objetivo é alcançar uma expressão analítica geral, mas sabemos que um dos grandes problemas dessa generalização é que cada evento tem uma velocidade (β_0) diferente. A distribuição de velocidades da partícula mãe tem como origem alguns fatores como a massa da mãe e particularidades da dinâmica do modelo. Sendo assim, fica evidente que para a nossa generalização é necessário introduzir uma velocidade média que usaremos para todos os modelos. Para as análises que serão apresentadas nas próximas seções utilizaremos uma expressão analítica aproximada para essa velocidade em função da massa da partícula mãe¹. A velocidade da mãe é essencial para determinarmos as velocidades de todas as demais partículas geradas pela cascata de decaimentos através da eq.(29), a construção dessa curva será apresentada na seção seguinte.

5.1 Velocidade da partícula mãe

A velocidade da partícula produzida na colisão depende do processo de produção e de sua massa. Na fig. 7 temos as curvas para a velocidade média da mãe (β_0) para diferentes processos de produção e partículas. Vemos que para uma dada massa da partícula mãe (M_0) a velocidade média pode variar em até 40% para diferentes processos. No entanto, como buscamos uma aproximação independente de modelo, iremos utilizar uma curva média ("curva geral") para todos os processos. Para a construção da curva geral, interpolamos as curvas dos quatro processos ilustrados na fig. 7. O resultado desta interpolação está representado pela curva tracejada na figura.

5.2 Primeiro decaimento

Nessa seção vamos analisar a validade de nossas aproximações para o primeiro decaimento ($Y_0 \rightarrow Y_1 + X_1$). Comparando os resultados obtidos pela aproximação analítica, equação (29), com os resultados de uma simulação de

¹Esta velocidade também depende da energia do centro de massa das colisões, mas esta será sempre considerada como $\sqrt{s} = 13$ TeV.

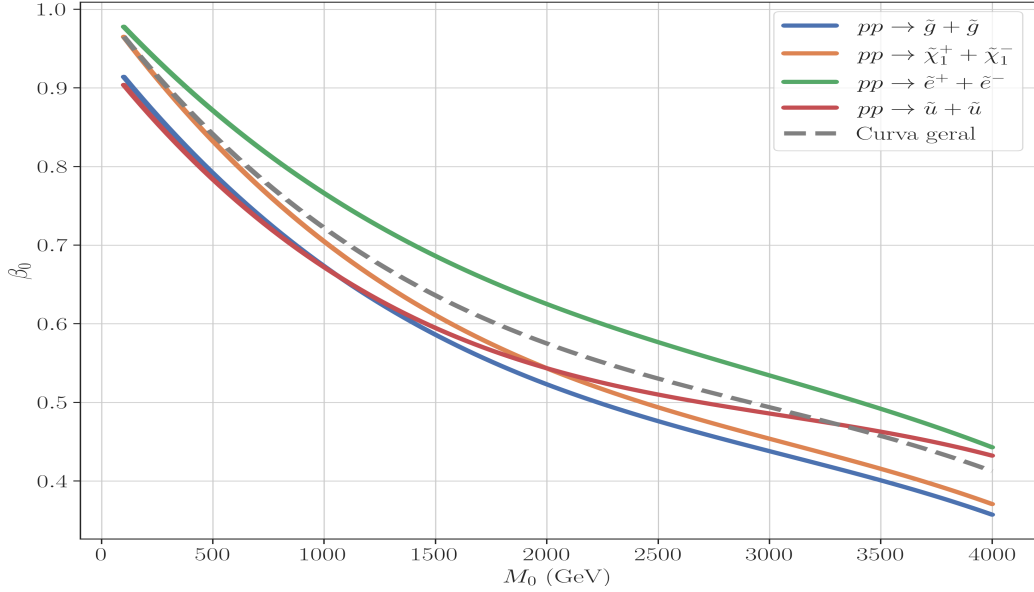


Figura 7: Gráfico com a curva da velocidade da partícula mãe para diferentes processos, junto com a curva geral (curva tracejada) que será utilizada em nossos resultados.

Monte Carlo (utilizando MadGraph5) poderemos quantificar os erros introduzidos pelas aproximações listadas na seção 2.

5.2.1 Modelo 1 (Spin 0): $pp \rightarrow \tilde{e}_R^- \tilde{e}_R^+$, $\tilde{e}_R^- \rightarrow e \tilde{\chi}_1^0$, $\tilde{e}_R^+ \rightarrow e^+ \tilde{\chi}_1^0$

Primeiro estudaremos um processo de produção de partículas escalares (selectrons) e seu decaimento em dois corpos. Neste caso as *Aproximação 1* (decaimento em 2 corpos) e 2 (ângulos aleatórios) são exatas. Desta forma podemos determinar o erro introduzido pela *Aproximação 3*. Para este processo variaremos a massa da mãe (\tilde{e}_R) no intervalo $300 \text{ GeV} \leq M_{\tilde{e}_R} \leq 4050 \text{ GeV}$ e a massa da filha ($\tilde{\chi}_1^0$) em $100 \text{ GeV} \leq M_{\tilde{\chi}_1^0} \leq M_{\tilde{e}_R} - 10 \text{ GeV}$. Para cada combinação de massas foram gerados 40 mil eventos utilizando o MG5, resultando em um erro de Monte Carlo desprezível. Os processos envolvidos na produção da partícula mãe estão ilustrados na fig. (8).

Na fig.(9a) mostramos em um mapa de calor a diferença relativa de $\gamma\beta_1$:

$$\frac{\Delta\gamma_1\beta_1}{\gamma_1\beta_1} \equiv \left| \frac{\langle\gamma\beta_1\rangle^{(\text{approx})} - \langle\gamma\beta_1\rangle^{(\text{MC})}}{\langle\gamma\beta_1\rangle^{(\text{MC})}} \right| \quad (37)$$

em função da massa da mãe e do erro relativo na velocidade média da mãe,

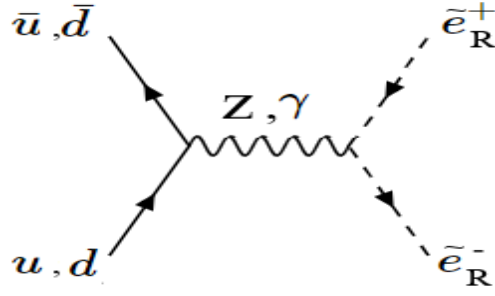


Figura 8: Os principais processos de produção de selectrons no LHC.

dado por:

$$\frac{\Delta\beta_0}{\beta_0} \equiv \left| \frac{\langle\beta_0\rangle^{(approx)} - \langle\beta_0\rangle^{(MC)}}{\langle\beta_0\rangle^{(MC)}} \right| \quad (38)$$

onde $\langle\beta_0\rangle^{(approx)}$ foi obtido utilizando a curva geral da fig.(7) e $\langle\beta_0\rangle^{(MC)}$ é o valor obtido da simulação de MC. Como podemos ver a aproximação analítica reproduz de maneira satisfatória os resultados de MC, resultando em um erro máximo da ordem de 15%. Este erro é gerado principalmente pelo uso da "curva geral" para a velocidade da partícula mãe. Para ilustrar isto, na fig.(9b) mostramos os mesmos resultados, porém agora utilizando a velocidade média correta para o processo estudado (curva verde da fig.(7)). Avaliando o mapa (b) da fig.(9) vemos que o erro máximo associado à $\langle\gamma\beta_1\rangle$ é de 4%, indicando que a principal fonte de erro de fato é a utilização de uma curva média para a velocidade da mãe. Vale lembrar que era esperado para o eixo-y ($\frac{\Delta\beta_0}{\beta_0}$) uma diferença nula, pois estamos utilizando a curva específica deste processo, mas aqui observamos o que foi apontado na seção 4.2, este erro que chega a 0,8% é a incerteza de Monte Carlo, apesar de um número elevado de eventos não eliminamos 100% deste erro. Podemos diminuir esta incerteza gerando mais eventos, mais isso custaria um tempo muito elevado, sendo assim vamos admitir esta incerteza.

Outro efeito que pode ser notado no mapa (a) da fig.(9) é o fato de erros maiores serem obtidos para baixos valores de M_0 . Tais erros ocorrem apesar do fato de termos erros pequenos para a velocidade da mãe nessa região: $\Delta\beta_0/\beta_0 \lesssim 1\%$, para $M_0 < 500$ GeV. Este comportamento está associado ao fato de que para baixas massas a velocidade da mãe é muito próxima da velocidade da luz

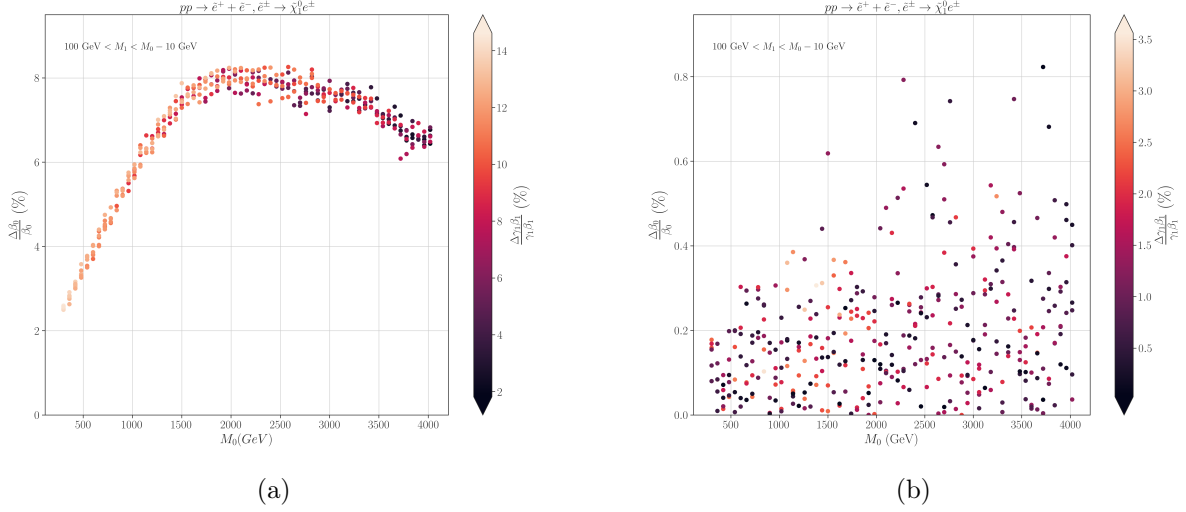


Figura 9: Mapas de calor dos $\langle \gamma \beta \rangle$ do decaimento do selectron no neutralino, sendo utilizada no mapa (a) a curva geral e no mapa (b) a curva específica para o processo de produção do selectron, curva verde da fig.(7).

e neste regime pequenas incertezas em β_0 se propagam em grandes erros em β_1 . Isto está ilustrado na fig.(10), onde mostramos como a incerteza em β_0 impacta o erro de β_1 em função da velocidade da mãe. Podemos ver que quanto maior o valor de β_0 , maior o erro gerado na velocidade da filha.

5.2.2 Modelo 2 (Spin 1/2): $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^+, \tilde{\chi}_1^- \rightarrow \tilde{e}^- \bar{\nu}, \tilde{\chi}_1^+ \rightarrow \tilde{e}^+ \nu$

Este processo é semelhante ao discutido na última seção, porém temos o decaimento de uma partícula de spin 1/2 ($\tilde{\chi}_1^\pm$). Neste caso a aproximação de ângulos aleatórios não é mais válida e a comparação dos resultados obtidos para este processo nos permite determinar o erro introduzido por esta aproximação.

Na fig.(11) mostramos os mesmos mapas de calor discutidos na seção anterior, porém agora para a produção e decaimento de partículas de spin 1/2. O número de eventos de MC e os intervalos de massas utilizados são os mesmos da fig.(9). Novamente, o mapa (a) da fig. (11) corresponde aos resultados utilizando a curva geral para a velocidade da mãe, enquanto o mapa (b) contém os resultados obtidos utilizando a curva para o processo estudado ($pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$). Vemos que os resultados são muito semelhantes ao caso escalar, e portanto podemos concluir que o spin da partícula produzida possui um efeito subdominante nos

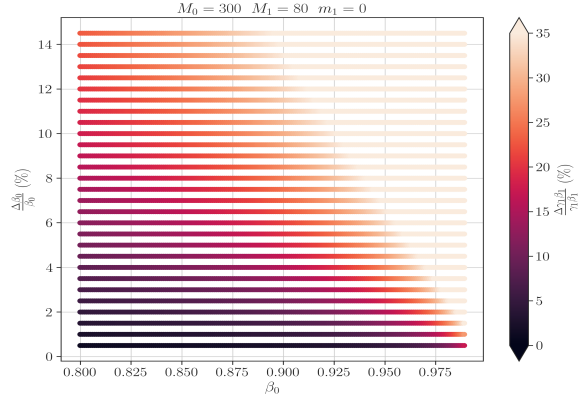


Figura 10: No seguinte gráfico realizamos a comparação entre MG5 e a aproximação analítica, em uma situação onde só tínhamos erros provenientes da velocidade da partícula mãe. No eixo Y temos quanto é o erro relativo na velocidade da mãe, no eixo X a velocidade da mãe e as cores é o erro relativo no $\langle \gamma \beta_1 \rangle$.

valores médios da velocidade da filha.

5.2.3 Modelo 3 (Spin 1/2 + Cor): $pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{g}, \tilde{g} \rightarrow \tilde{u}u$

Neste processo consideramos a produção de gluínos, que são partículas com cor e de spin 1/2. A principal diferença com relação aos casos anteriores se dá nos canais de produção de tais partículas, que incluem glúons no estado inicial, conforme ilustrado na fig.(12). Devido a isto, a velocidade média da mãe difere significativamente da curva geral, conforme ilustrado pela curva azul na fig.(7).

Na fig.(13a) mais uma vez mostramos o erro resultante na velocidade da filha (squarks) gerado pela aproximação analítica. Como podemos ver os erros são consideravelmente maiores do que nos casos anteriores, principalmente para pequenos valores de M_0 . Conforme esperado, isto se deve ao uso da curva geral, que é uma aproximação pior para a produção de gluínos. Uma vez que a curva correta é utilizada, os erros são inferiores à 7%, conforme mostrado no mapa (b) da fig.(13).

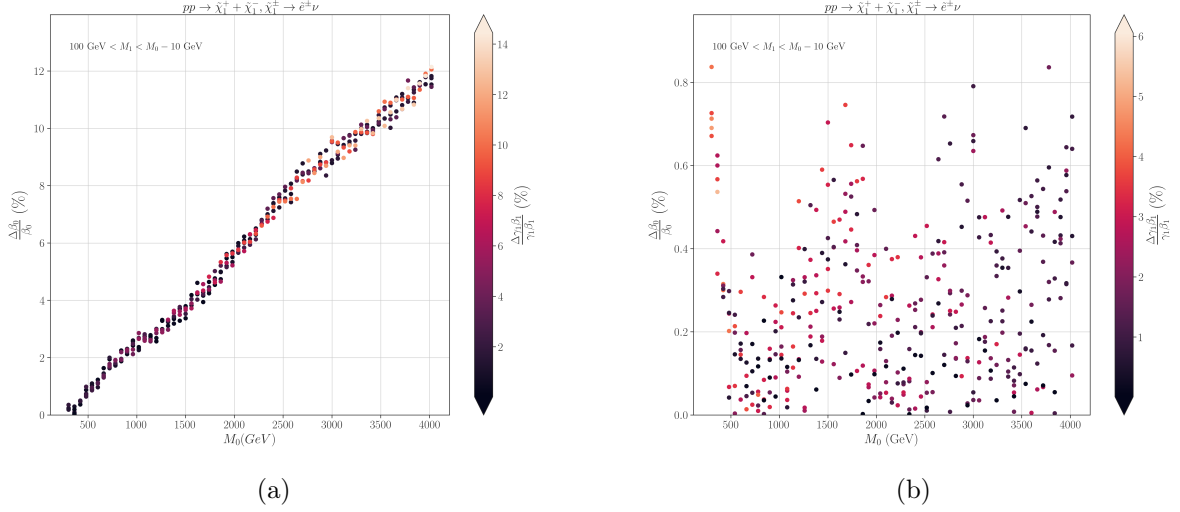


Figura 11: Mapas de calor dos $\langle\gamma\beta\rangle$ do decaimento do chargino no selectron, sendo utilizada no mapa (a) a curva geral e no mapa (b) a curva individual do chargino, curva laranja da fig.(7).

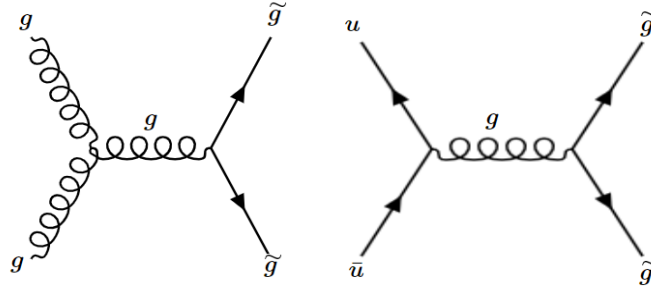


Figura 12: Processos de produção de gluinos com glúons e quarks no estado inicial.

5.2.4 Modelo 4 (Partículas Pesadas) : $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^+$, $\tilde{\chi}_1^- \rightarrow \tilde{\chi}_0 W^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \rightarrow \tilde{\chi}_0 W^+$

Em todos os processos investigados até aqui as massas das partículas do MP envolvidas no decaimento eram negligíveis quando comparadas com às das demais partículas. Portanto é interessante verificar como uma massa não nula pode afetar os resultados. Logo, nesta seção investigaremos decaimentos envolvendo bósons W^\pm , cujas massas podem ser comparáveis às da partícula filha ($\tilde{\chi}_0$).

Os resultados obtidos para esta caso estão ilustrados nos mapas da fig.(14). Como podemos ver os resultados são muito semelhantes aos obtidos para o **Modelo 2 (Spin 1/2)**, o que demonstra que a aproximação analítica da equação

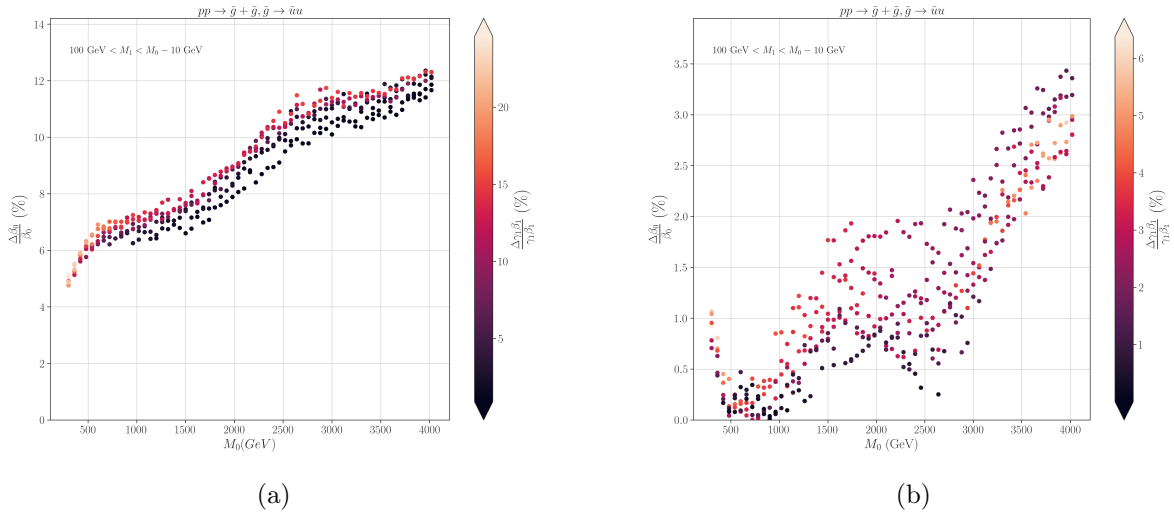


Figura 13: Mapas de calor dos $\langle \gamma\beta \rangle$ para o decaimento de gluinos, sendo utilizada no mapa (a) a curva geral para a velocidade da mãe e no mapa (b) a curva para o processo de produção de gluinos.

(29) também consegue descrever adequadamente o decaimento em duas filhas de massas semelhantes.

5.2.5 Modelo 5 (3 Corpos): $pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{g}, \tilde{g} \rightarrow u\bar{u}\tilde{\chi}_1^0$

Finalmente iremos considerar um processo que viola a Aproximação 1 (decaimento em 2 corpos). Neste caso a expressão analítica da equação (29) não é adequada, pois a cinemática do decaimento é significativamente diferente. No entanto é interessante quantificar o erro gerado por esta aproximação.

Na fig.(15) mostramos os resultados obtidos assumindo um decaimento em 2 corpos com uma massa nula para o quark e anti-quark. Neste caso os erros são significativamente maiores aos obtidos anteriormente para modelos semelhantes, tal como o **Modelo 3**. Em particular vemos que o erro pode ser superior à 50%.

No entanto é possível aprimorar os resultados da fig.(15) se considerarmos o sistema $X = (a + b) = (\bar{u} + u)$ como uma partícula de massa invariante:

$$m_X^2 = (p_a + p_b)^2 = m_{ab}^2 \quad (39)$$

A massa invariante m_{ab} não é mais constante, dependendo do ângulo entre as duas partículas (a e b). No entanto, pode-se mostrar que m_X é limitado ao

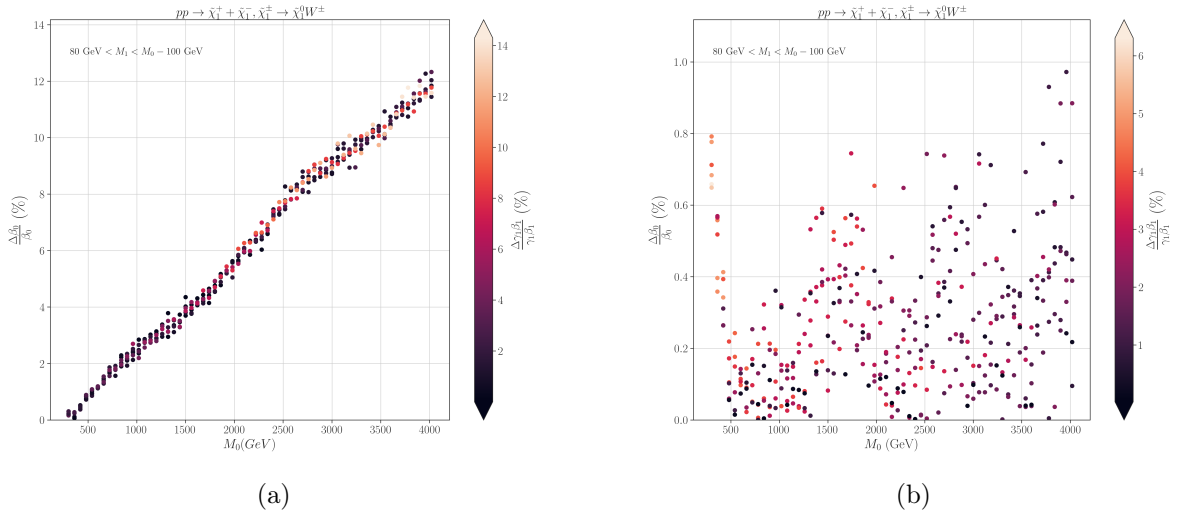


Figura 14: Mapas de calor dos $\langle \gamma\beta \rangle$ do decaimento do chargino no neutralino juntamente com o bóson W, sendo utilizada no mapa (a) a curva geral e no mapa (b) a curva individual do chargino, curva laranja da fig.(7).

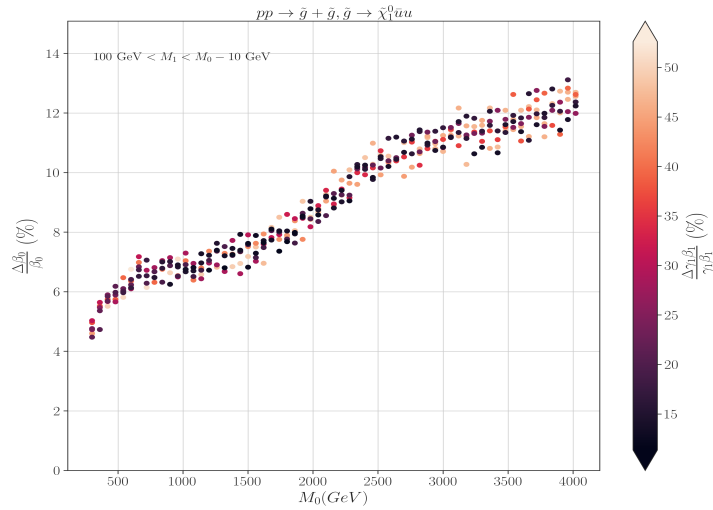


Figura 15: Mapa de calor para $\langle \gamma\beta \rangle$ do decaimento em 3 corpos do gluino.

intervalo:

$$m_a + m_b \leq m_X \leq M_0 - M_1, \quad (40)$$

Onde M_0 é a massa da mãe e M_1 da filha pesada. Para aproximar tal comportamento, podemos considerar uma massa efetiva (constante) para $m_X = m_{ab}$

e utilizá-la nos resultados obtidos para o decaimento em dois corpos, conforme ilustrado na fig.(16). Dado o intervalo acima, escolhemos a metade deste para definir uma massa efetiva para o sistema $a+b$:

$$m_{ab} \rightarrow m_X^{eff} = \frac{1}{2}(m_X^{max} + m_X^{min}) = \frac{1}{2}(M_0 - M_1 + m_a + m_b) \quad (41)$$

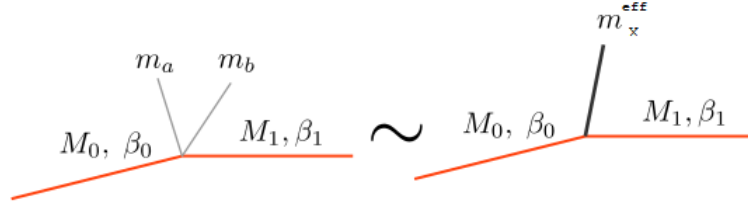


Figura 16: Ilustração da aproximação de um decaimento em 3 corpos ($Y_0 \rightarrow Y_1 + a + b$) por um decaimento em 2 corpos com uma massa efetiva: $Y_0 \rightarrow Y_1 + X^{eff}$.

Na fig.(17) mostramos os resultados obtidos ao aplicarmos a aproximação analítica anterior, porém agora utilizando a definição da eq.(41) para a massa efetiva da partícula X . Ponderando o resultado presente na fig.(17), vemos uma grande melhoria com relação ao erro relativo de $\langle \gamma\beta_1 \rangle$. Logo, utilizando a nova aproximação de massa efetiva, conseguimos deixar o teto do erro relativo em 30% e na maioria dos casos obtivemos erros abaixo de 20%.

Podemos concluir, portanto, que o caso de decaimento em três corpos é o que implica nos maiores erros dentre os modelos estudados até aqui. Este erro é compreensível dado que a equação analítica é baseada em um decaimento em dois corpos. Porém vemos pela fig.(17) que a utilização de uma massa efetiva diminuiu significativamente este erro.

5.3 Segundo Decaimento

Nessa seção vamos analisar um decaimento em cascata em duas etapas: $Y_0 \rightarrow Y_1 + X$, $Y_1 \rightarrow Y_2 + X'$. Para tais casos espera-se que o erro para o fator de boost do segundo decaimento $\langle \gamma\beta_2 \rangle$ seja ainda maior, já que este depende da velocidade média do primeiro decaimento (calculada pela eq.(31)), que pode ter erros da ordem de 20%, conforme discutido na seção 5.2.

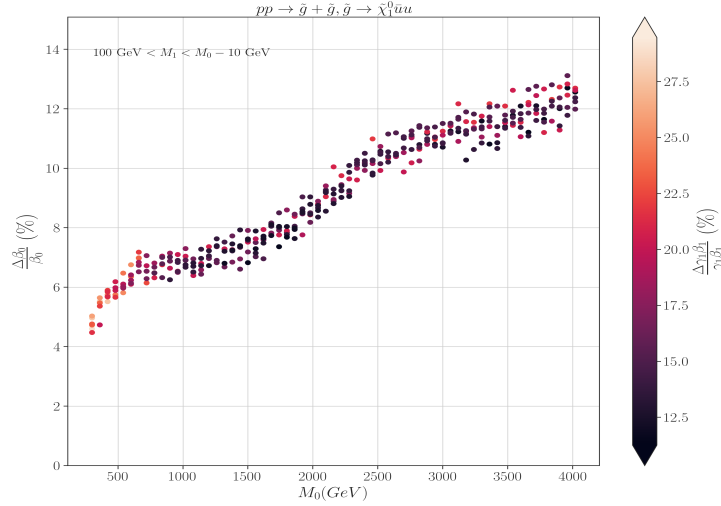


Figura 17: Resultados para o decaimento em 3 corpos, porém utilizando a massa efetiva definida pela equação (41).

5.3.1 Modelo 6 (2 Etapas): $pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{g}, \tilde{g} \rightarrow \tilde{u}u, \tilde{u} \rightarrow u\tilde{\chi}_1^0$

Este processo é semelhante ao **Modelo 3**, porém com o decaimento da primeira filha (squark). As massas da mãe (gluino) e da primeira filha (squark) foram variadas nos mesmos intervalos usados para o **Modelo 3**, enquanto a massa da segunda filha ($M_{\tilde{\chi}_1^0}$) foi variada no intervalo $100 \text{ GeV} \leq M_{\tilde{\chi}_1^0} \leq M_{\tilde{u}} - 10 \text{ GeV}$.

Os resultados obtidos para o fator de boost da segunda filha $\langle\gamma\beta_2\rangle$ estão ilustrados na fig.(18), onde mostramos o mapa de calor para o erro em $\langle\gamma\beta_2\rangle$ em função da massa da primeira filha (M_1) e o erro em $\langle\beta_1\rangle$. Na fig.(18) é nítido que não temos um aumento considerável no erro relativo de $\langle\gamma\beta_2\rangle$ quando comparado com o erro em $\langle\gamma\beta_1\rangle$ ou os erros para o **Modelo 3** (fig.(13a)). Logo podemos concluir que a aproximação analítica descreve o segundo decaimento de maneira tão precisa quanto o primeiro.

5.3.2 Modelo 7 (2 Etapas - Escalares): $pp \rightarrow h^-h^+, h^+ \rightarrow h_3W^+, h^- \rightarrow h_3W^-, h_3 \rightarrow h_2Z$

O último caso a ser considerado consiste em um decaimento em duas etapas de partículas escalares. Este exemplo é interessante, pois as partículas do MP envolvidas no decaimento são massivas. Para este processo consideramos os

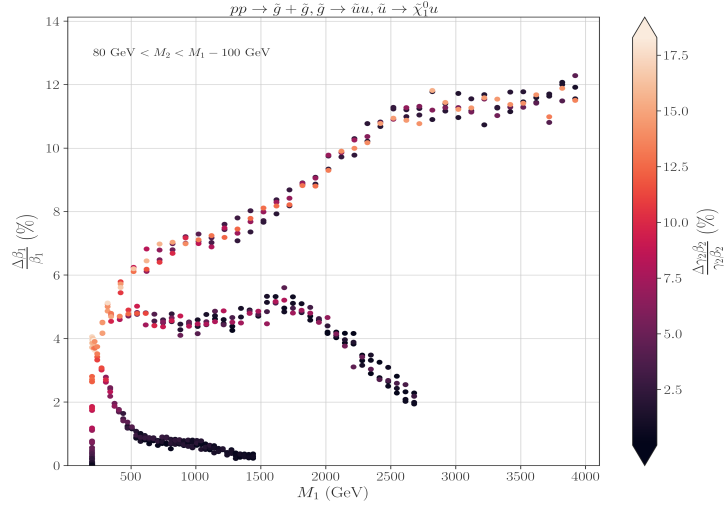


Figura 18: Mapa de calor para o erro em $\langle\gamma\beta_2\rangle$ em função de M_1 e do erro em β_1 (ver texto).

seguintes intervalos de massas: massa da mãe (h^\pm) entre $300 \text{ GeV} \leq M_h \leq 4050 \text{ GeV}$, massa da primeira filha (h_3) entre $200 \text{ GeV} \leq M_{h_3} \leq M_h - 90 \text{ GeV}$ e a massa da segunda filha (h_2) entre $80 \text{ GeV} \leq M_{h_2} \leq M_{h_3} - 100 \text{ GeV}$. O processo de produção e decaimento está ilustrado no fig.(19).

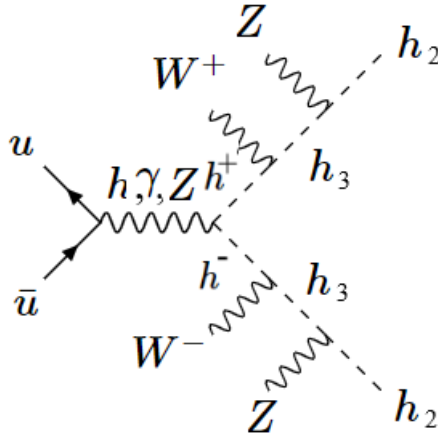


Figura 19: Processo de produção e decaimento em duas etapas para o Modelo 7.

Os resultados obtidos para o primeiro e segundo decaimentos podem ser vistos na fig.(20), onde novamente mostramos mapas de calor para o fator de boost do primeiro decaimento (a) e do segundo decaimento (b). Como apresentado, os erros obtidos para o primeiro decaimento são muito semelhantes aos obti-

dos para o Modelo 1 (produção e decaimento de selectrons). Este resultado é esperado, já que temos o decaimento de escalares e o canal de produção é semelhante ao do selectron. Já o segundo decaimento, ilustrado na fig.(20b), apresenta erros muito semelhantes ao primeiro. Desta forma podemos concluir que, assim como no caso anterior, o segundo decaimento também pode ser aproximado de maneira satisfatória pela expressão analítica, mesmo quando levamos em consideração a propagação de erros proveniente do primeiro decaimento.

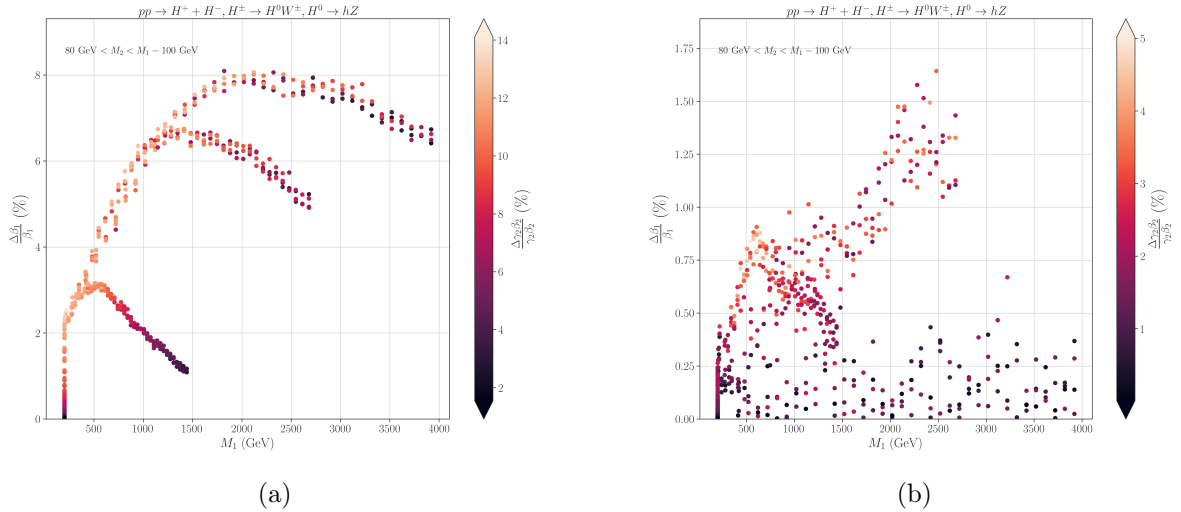


Figura 20: Mapas de calor para o erro no fator de boost ($\langle\langle\gamma\beta\rangle\rangle$) para o primeiro (a) e segundo (b) decaimentos.

6 Conclusão

Os resultados apresentados na seção 5.2 nos permitiu testar a validade das aproximações utilizadas no cálculo analítico em diversos cenários diferentes. A partir da análise destes resultados podemos concluir que o spin das partículas tem um efeito subdominante na cinemática e a aproximação de ângulos aleatórios é razoável, mesmo no caso de partículas com spin 1/2. Verificamos também que casos onde existe a presença de partículas massivas do MP também podem ser descritos de maneira adequada pela aproximação analítica. Por outro lado verificamos que a principal fonte de erro para a grande maioria dos cenários é o uso da curva geral para a velocidade média da partícula mãe. No entanto,

mesmo com esta aproximação, os erros obtidos foram da ordem de 20% ou inferior, os quais consideramos aceitáveis dadas as demais incertezas teóricas.

Além disso, mostramos que mesmo no caso de um decaimento em três corpos os erros podem ser reduzidos se utilizarmos uma aproximação de massa efetiva para o subsistema de 2 corpos. Neste caso as incertezas foram inferiores a 30% para todo o espaço de parâmetros considerado.

Por fim averiguamos a validade da aproximação para o segundo decaimento. Apesar do fator de boost do segundo decaimento ser afetado pelo erro introduzido pela aproximação no primeiro decaimento, verificamos que os erros continuam da mesma ordem. Logo esperamos que a nossa aproximação também possa ser aplicada para uma cascata de decaimentos.

Dada as considerações acima podemos concluir que o método desenvolvido neste projeto é satisfatório, resultando em erros relativos de no máximo 28%. Levando em conta que o uso de uma aproximação analítica é extremamente mais rápida e simples do que o cálculo através da simulação Monte Carlo, podemos ver uma grande vantagem na utilização do método analítico. Assim, para testes de novos modelos, seu uso pode ser extremamente útil e aplicável para diversos modelos de nova física.

Referências

- [1] J. Alimena. Searching for long-lived particles beyond the Standard Model. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 2020.
- [2] A. Bettini. Introduction to Elementary Particle Physics, Second Edition. Cambridge, University of Padua, Italy, 2012.
- [3] J.D Cresser. Lectures Notes on Special Relativity. MacQuaire University, Sydney, 2005.
- [4] Michel Herquet. MadGraph5-aMC@NLO. <https://launchpad.net/mg5amcnlo>, 2009.
- [5] Baer Howard. Weak Scale Supersymmetry from superfields to Scattering Events. Cambridge, New York, 2006.