

Trabalho de Conclusão de Curso

Análise do Efeito de Regeneração de Fótons via Partículas do Tipo Áxion no Acelerador Síncrotron Sirius

Diego Silva Vieira Gonçalves

Orientador: Alex Gomes Dias¹

¹*Centro de Ciências Naturais e Humanas, Universidade Federal do ABC, Santo André - SP, Brasil*

Pseudo-escalares leves hipotéticos como áxions e partículas do tipo áxion têm sido estudados em diversas extensões do Modelo Padrão. Tais partículas interagem com o campo eletromagnético e isso tem motivado a realização de diversos experimentos para se testar possíveis novos efeitos como, por exemplo a regeneração de fótons que pode ocorrer devido a oscilação fóton–pseudo-escalar leve–fóton em um meio onde haja um campo magnético forte. Neste trabalho analisamos o potencial de utilização do acelerador síncrotron Sirius para a realização de um experimento de regeneração de fótons. Em experimentos desse tipo ainda não foi possível detectar a existência de novas partículas, ainda assim, a regeneração de fótons é potente para gerar limites de exclusão para os parâmetros m_a que é a massa da partícula do tipo áxion e $g_{a\gamma}$ que é constante de acoplamento que mede a força da interação entre os campos eletromagnéticos e o campo da partícula hipotética do tipo áxion. Encontramos que, para uma configuração que utiliza 20 ímãs supercondutores com campo magnético 10 T em uma linha de luz do Sirius que seja capaz de emitir raios X com energia até aproximadamente 200 keV, os limites de exclusão gerados por este experimento podem chegar a $g_{a\gamma} < 6,3 \times 10^{-10} \text{ GeV}^{-1}$ para $m_a < 0,01 \text{ eV}$. Em perspectiva com os experimentos que produzem as partículas do tipo áxion em laboratório, com tecnologia já existente, este experimento teria potencial para testar regiões do espaço dos parâmetros que ainda não foram exploradas por experimentos atuais e que poderão ser testadas por experimentos futuros.

1. INTRODUÇÃO

O Modelo Padrão (MP) é a teoria que prevê o comportamento da matéria conhecida em termos de um conjunto de partículas e forças fundamentais. Apesar do sucesso do MP, não é possível considerá-lo como uma teoria completa [1]. O fato de que não existem no MP partículas com as propriedades necessárias para descrever a matéria escura é um bom indicativo de que alguma teoria de física de partículas além do MP seja mais adequada para descrever a Natureza.

Em algumas destas teorias além do MP, ocorrem naturalmente partículas pseudo-escalares¹ leves que são candidatas à matéria escura. Dois bons exemplos de tais partículas são o áxion que é previsto em extensões do MP que visam resolver o problema CP forte² e as partículas do tipo áxion (ALP, da expressão em inglês *axion-like particle*) que são previstas geralmente em incorporações do MP na teoria das cordas (veja, por exemplo [2–4]). Como veremos a seguir, as ALPs são uma espécie de generalização dos áxions.

Na Lagrangiana da QCD (do termo em inglês *Quantum Chromodynamics*, que pode ser traduzido como cromodinâmica quântica, a teoria que descreve a interação forte), é permitido um termo que viola³ a simetria CP, denominado termo- $\bar{\Theta}$

$$\mathcal{L}_{\bar{\Theta}} = \bar{\Theta} \frac{\alpha_s}{8\pi} G\tilde{G}, \quad (1)$$

onde, α_s é a constante de estrutura fina das interações fortes e $G\tilde{G} \equiv G_b^{\mu\nu} \tilde{G}_{b\mu\nu}$, onde $G_b^{\mu\nu}$ é o tensor de campo de cor, $\tilde{G}_{b\mu\nu}$ seu dual e $\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ o tensor totalmente antissimétrico, definido a partir de $\varepsilon_{0123} = 1$ e a soma implícita no índice b é sobre os graus de liberdade de cor. O parâmetro $\bar{\Theta}$ vai medir quão fortemente a simetria CP é violada nas interações fortes. A Eq. (1) implica na existência de um momento de dipolo elétrico d_n não nulo para o nêutron, [5, 6]

$$|d_n| \approx 3,6 \times 10^{-16} \bar{\Theta} e \text{ cm}, \quad (2)$$

onde e é a carga elétrica fundamental. O limite superior experimental mais recente para $|d_n|$ é [7]

$$|d_n| < 1,8 \times 10^{-26} e \text{ cm} \quad (90\% C.L.), \quad (3)$$

que implica que $\bar{\Theta} \lesssim 10^{-10}$. O parâmetro $\bar{\Theta}$ é muito pequeno⁴ e podendo ser nulo. O problema CP forte é a hipótese de que deve haver uma explicação para que este parâmetro seja tão pequeno.

No final da década de 1970, R. D. Peccei e H. R. Quinn propuseram [9] uma solução ao problema CP forte, que levou o nome de mecanismo Peccei-Quinn (PQ). Esta solução consiste na adição de

¹ Um campo $a(x)$ é dito escalar (ou pseudo-escalar) se para cada x o valor do campo for uma quantidade escalar. A distinção entre escalares e pseudo-escalares reside no fato de que sob uma transformação de inversão de paridade o campo pseudo-escalar muda de sinal.

² O problema CP forte trata da não observação da violação da simetria de paridade em conjunto com a de conjugação de carga em qualquer experimento que envolva apenas a interação forte.

³ O produto $G\tilde{G}$ forma um pseudo-escalar, que troca de sinal sob uma transformação CP.

⁴ Pequeno em comparação com o parâmetro δ que surge na matriz CKM e explica os efeitos de violação CP nas interações fracas [8].

um novo campo escalar complexo à Lagrangiana do MP, que contém a Lagrangiana da QCD, e consequentemente, o termo- $\bar{\Theta}$. O novo campo deve ter certas propriedades especiais. Primeiramente, a nova Lagrangiana passa a possuir uma simetria quiral⁵ global denominada $U(1)_{\text{PQ}}$. O novo campo também deve ser capaz de cancelar dinamicamente⁶ o termo da Eq. (1). Este procedimento resolve de maneira elegante o problema CP, porque a teoria passa a ser consistente com preservação da simetria CP nas interações fortes, já que o termo- $\bar{\Theta}$ é removido da Lagrangiana completa, e ainda, traz consequências interessantes a respeito da simetria introduzida artificialmente na teoria.

A quebra de uma simetria global pelo valor esperado de vácuo (vev) de um campo acontece quando em baixas energias, próximas ao vev, a simetria deixa de ser válida. Nesse regime, o campo dá origem a partículas não massivas denominadas bósons de Nambu-Goldstone (NG). O áxion é o bóson de NG que vai surgir da quebra da simetria $U(1)_{\text{PQ}}$ [12, 13]. Mais especificamente, o áxion possui uma pequena⁷ massa efetiva dada por [4]

$$m_a = 5,70(7) \text{ meV} \left(\frac{10^6 \text{ GeV}}{f_a} \right), \quad (4)$$

onde f_a é a escala de energia que caracteriza a quebra de simetria. Essa pequena massa surge porque $U(1)_{\text{PQ}}$ é quebrada explicitamente. Por esse motivo, dizemos que o áxion é um *pseudo*-bóson de NG. No Apêndice A exemplificamos esses conceitos com a adição ao Mp de um campo escalar complexo que se acopla com o campo de Higgs.

Voltando a falar genericamente dos pseudo-escalares, os áxions e ALPs são construídos de tal forma que exista interação com a matéria e a radiação. A interação com os férmions ψ se dá através de um acoplamento pseudo-escalar da forma

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = ig\bar{\psi}\gamma_5\psi a, \quad (5)$$

onde, $g = m/f_a$ é o acoplamento de Yukawa em termos da massa do férmion e da escala de energia f_a , e a é o campo do pseudo-escalar. Pela definição do parâmetro g , nota-se que o acoplamento dos pseudo-escalares com a matéria é suprimido pela escala de energia f_a . Como os áxions e ALPs não possuem carga elétrica, não existe um acoplamento direto com os fótons, porém uma interação igual à da Eq. (5) dá origem a processos nos quais um férmion age como passo intermediário entre

⁵ Uma simetria é considerada quiral quando cada campo presente na Lagrangiana se transforma de um modo distinto.

⁶ É o equivalente a substituir ângulo estático $\bar{\Theta}$ pelo novo campo hipotético (veja, por exemplo [1, 10, 11]).

⁷ Para os modelos que ainda não foram excluídos por experimentos, $f_a \gg 10^7$ eV [14].

o pseudo-escalar e os fótons. Esse processo pode ser descrito por uma lagrangiana efetiva de baixa energia que descreve a interação com os campos eletromagnéticos, dada por

$$\mathcal{L}_{a\gamma} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}(\partial_\mu a)(\partial^\mu a) - \frac{1}{2}m_a^2 a^2 - \frac{1}{4}g_{a\gamma}aF_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (6)$$

onde $F_{\mu\nu}$ é o tensor do campo eletromagnético, $\tilde{F}^{\mu\nu} = \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\rho\sigma}$ seu dual e m_a a massa do pseudo-escalar considerado. $F_{\mu\nu}$ pode ser reescrito em termos do quadri vetor potencial eletromagnético, $A_\mu = (\phi, -\mathbf{A})$, como $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, onde ϕ e \mathbf{A} são os conhecidos potencial elétrico e potencial vetor, respectivamente. Na Eq. (6), a interação entre os campos está codificada no último termo, que pode ser reescrito como $g_{a\gamma}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})a$. No Apêndice B utilizamos diagramas de Feynman para mostrar que este termo de interação é consequência da Lagrangiana na Eq. (5). O parâmetro $g_{a\gamma}$ é a constante de acoplamento da interação fóton-áxion/ALP, dada por

$$|g_{a\gamma}| = \frac{\alpha}{2\pi f_a} C_{a\gamma}, \quad (7)$$

onde, $C_{a\gamma}$ é o coeficiente de anomalia que depende do modelo de áxion específico (veja, por exemplo, [3]), porém em geral é da ordem da unidade. Comparando a Eq. (4) com a Eq. (7), nota-se que, para os áxions (apenas), vale a relação

$$|g_{a\gamma}| \sim 10^{-12} \text{ GeV}^{-1} \left(\frac{m_a}{6 \text{ meV}} \right). \quad (8)$$

De acordo com a Eq. (8), o produto $\frac{1}{g_{a\gamma}} \times m_a$ é fixo, o que dá origem à linha amarela na Figura 2. Portanto, para os áxions, existe uma dependência linear entre os parâmetros m_a e $g_{a\gamma}$. Além dos modelos para o áxion, existem outros modelos que dão origem a outras partículas pseudo-escalares leves – as ALPs – para as quais uma relação como a da Eq. (8) não é válida (uma vez que, esta equação é consequência do áxion como solução ao problema CP). Em outras palavras, para as ALPs, a massa e a constante de acoplamento são parâmetros independentes, o que permite que elas existam em qualquer ponto da Figura 2, enquanto que os áxions, estão confinados à região amarela.

Tanto áxions quanto ALPs, se detectadas, têm uma chance de resolver problemas formidáveis da astrofísica e cosmologia como a matéria escura fria [15, 16], a radiação cósmica de fundo das ALPs [17, 18] e a transparência do universo aos raios- γ [19, 20].

Toda essa validação teórica não passou despercebida dos grupos experimentais, que há décadas vêm realizando experimentos, com o objetivo de detectar áxions e ALPs. Os principais tipos são os

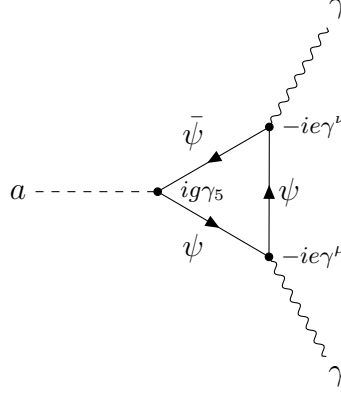


Figura 1: *Loop* triangular para o acoplamento de um pseudo-escalar (áxion ou ALP, nesse trabalho) com dois fótons. Os pseudo-escalares não possuem carga elétrica e , dessa forma, não acoplam diretamente com os fótons. Efeitos como decaimento da ALP em fótons ou a oscilação ALP-fóton, ocorrem devido o processo intermediária ALP-férmion, descrito na Eq. (5). Os vértices da Eletrodinâmica Quântica, entre dois férmions carregados e um fóton também são mostrados.

helioscópios, haloscópios e experimentos de luz que brilha através da parede (LSW, do termo em inglês *light shining through a wall*). Todos esses experimentos têm por base o suposto processo de oscilação fóton-áxion/ALP. Os helioscópios, como os experimentos CAST [21, 22] e IAXO [23–25], buscam detectar o fluxo de áxions oriundos do Sol. Os haloscópios, como por exemplo o ADMX-II [26–29], usam cavidades de micro-ondas para tentar detectar o áxion da QCD como candidato à matéria escura. A última forma de detecção, conhecida como luz que brilha através da parede é o principal objeto de estudo deste trabalho. Um experimento do tipo LSW consiste, basicamente, de duas cavidades com um campo magnético forte, separadas por um anteparo. Na primeira entra um fluxo de fótons que poderá converter uma parte em áxions/ALPs. Os fótons não podem alcançar a segunda cavidade, graças ao anteparo, mas os áxions/ALPs que interagem fracamente com a matéria podem. Pode-se então detectar os áxions/ALPs que forem reconvertidos em fótons na segunda cavidade. Veja a Figura 3.

Para mencionar alguns exemplos de experimentos, temos o experimento ALPS-II [31] que é do tipo LSW e vai buscar por ALPs na região $|g_{a\gamma}| \gtrsim 2 \times 10^{-11} \text{ GeV}^{-1}$ e $m_a \lesssim 10^{-4} \text{ eV}$, enquanto que o IAXO será potente o suficiente para buscar na região do espaço dos parâmetros tanto dos áxions quanto dos ALPs dada por $|g_{a\gamma}| \gtrsim 5 \times 10^{-12} \text{ GeV}^{-1}$ e $m_a \lesssim 10 \text{ meV}$, como pode ser visto na Figura 2.

Um fator que pode aumentar a sensibilidade dos experimentos LSW é o fluxo de fótons. As fontes de luz síncrotron podem ser ótimos laboratórios devido o seu alto fluxo de fótons altamente

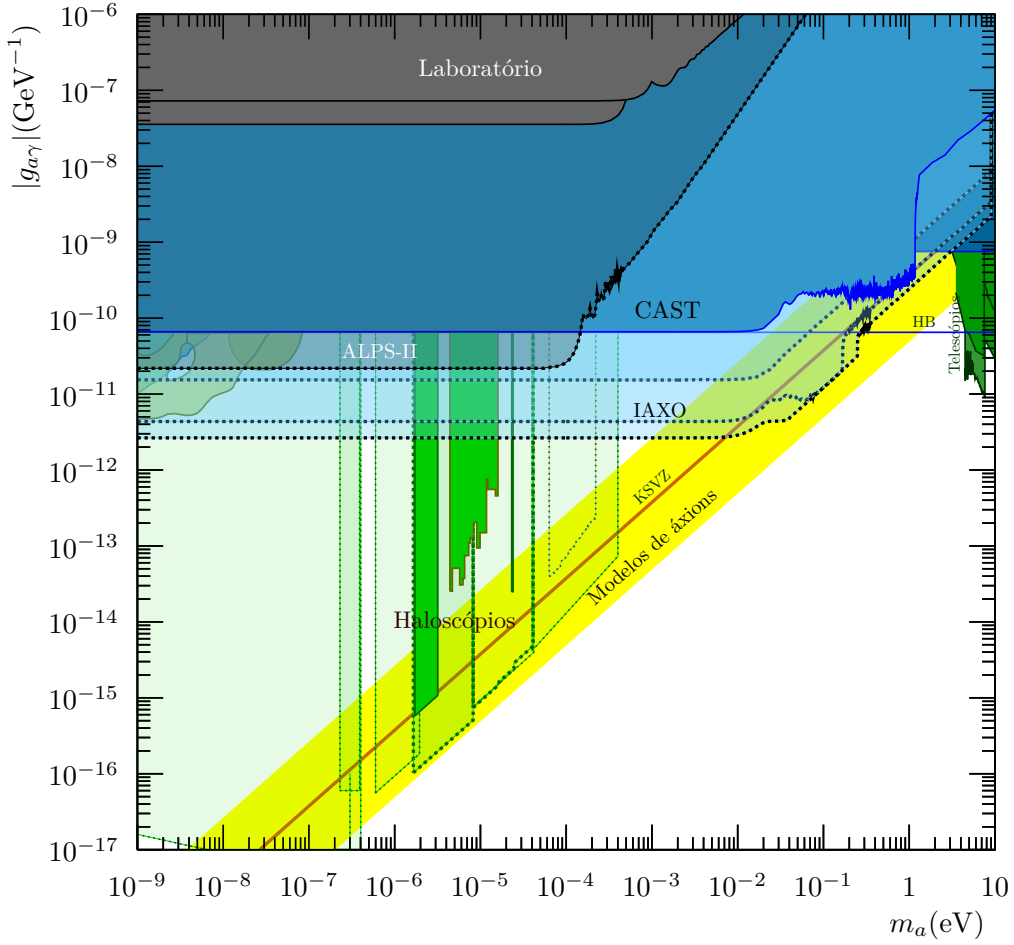


Figura 2: Restrições atuais no plano $(g_{a\gamma}, m_a)$, gerada por diversos experimentos. As cores classificam os tipos de experimentos: preto/cinza são os resultados puramente laboratoriais, cores azuladas para experimentos com helioscópios ou limites devidos à física estelar, cores esverdeadas se referem a haloscópios ou argumentos baseados na cosmologia e, regiões amarelas/alaranjadas referem-se a zonas em que há indícios extras da existência de partículas, como por exemplo o áxion da QCD. Figura adaptada da Ref. [14].

energéticos. Munidos dos parâmetros experimentais do Sirius, o síncrotron brasileiro de quarta geração [32], os limites de exclusão para uma configuração realista podem ser estendidos a regiões do espaço dos parâmetros nunca antes explorados por experimentos de laser. Com vinte dos ímãs supercondutores⁸ existentes no LHC, de campo magnético $B = 10$ T, obtém-se limite de

⁸ Um ímã supercondutor é um eletroímã no qual as bobinas são feitas de material supercondutor. Como esses materiais precisam estar a temperaturas criogênicas para exibir essa propriedade, algum sistema de refrigeração é preciso para o correto funcionamento do eletroímã, como por exemplo, hélio líquido. Como em materiais supercondutores a resistência elétrica é nula, uma corrente muito maior pode passar pelas bobinas, quando comparados a materiais ordinários. Essas correntes maiores dão origem a campos magnéticos da ordem de 10 T.

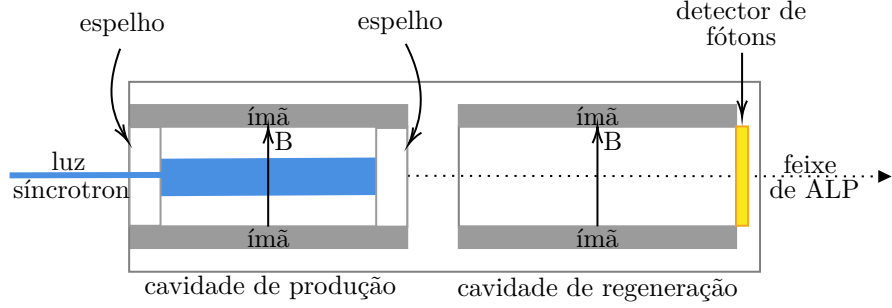


Figura 3: Aparato experimental do regenerador de fótons. Cada cavidade tem o tamanho ditado pela quantidade de ímãs disponíveis. Figura adaptada da Ref. [30].

exclusão $g_{a\gamma} \lesssim 6,3 \times 10^{-10} \text{ GeV}^{-1}$ para $m_a < 0,01 \text{ eV}$. Também discutimos como eventuais avanços tecnológicos em ímãs supercondutores e em espelhos de alta refletividade de raios X podem melhorar os resultados realísticos apresentados.

Na Seção 2, partindo da Eq. (6), demonstraremos que a probabilidade de transição entre ALP e fóton é dada aproximadamente por

$$P_{a\gamma} = \frac{g_{a\gamma}^2}{4} B^2 z^2, \quad (9)$$

onde B é o campo magnético externo e z é o comprimento da região onde ocorre o experimento. Em seguida, na Seção 3 obtemos os dados a partir de uma simulação computacional. Uma breve discussão dos resultados é apresentada na Seção 4.

2. TEORIA EFETIVA PARA O ALP

Em princípio, precisaríamos entender toda a física de partículas que já existe para poder propor uma extensão ao Modelo Padrão (MP), mas trabalhar com a Lagrangiana completa do MP não é necessário, porque existe o formalismo das Lagrangianas efetivas. Para justificar a utilização das Lagrangianas efetivas, podemos pensar que existe uma hierarquia dos efeitos a serem considerados numa dada escala. Os detalhes do que ocorre com corpos em escala quântica não precisam ser levados em consideração ao analisar a física macroscópica. De modo similar, a atração gravitacional de um objeto macroscópico na superfície da Terra não tem uma influência significativa na órbita dos planetas do Sistema Solar.

Assim, podemos inferir que, a física se divide naturalmente em escalas de energia, tempo ou distância. A Lagrangiana efetiva é aquela que se concentra somente na física importante para a

escala em questão [33]. As principais vantagens são que os cálculos ficam bem mais simples quando não é preciso considerar o que ocorre a energias muitas ordens de grandeza acima (ou abaixo, ou que esteja ocorrendo muito longe do fenômeno estudado), e não é preciso saber toda a física para entender o que ocorre em parte dela.

Segue que, as Lagrangianas efetivas são ótimas ferramentas para descobrir uma nova física. Construir uma teoria de campos efetiva que esteja de acordo com a fenomenologia, nos ajuda a entender melhor quais simetrias essa teoria deve obedecer e, num momento posterior, pode-se até desenvolver mecanismos para explicar o porquê dos valores dos parâmetros que foram introduzidos à mão quando não se sabia nada.

2.1. Probabilidade de Transição

Para calcular a probabilidade de transição do fóton para um ALP, uma forma relativamente direta é utilizar a teoria clássica dos campos juntamente com a mecânica quântica [34]. A Lagrangiana efetiva é dada pela Eq. (6). O último termo pode ser reescrito como

$$-\frac{1}{4}g_{a\gamma}aF_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} = g_{a\gamma}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})a, \quad (10)$$

que pode ser interpretado como a interação entre os campos eletromagnéticos e o campo da ALP. Como \mathbf{E} é um vetor polar e \mathbf{B} é um vetor axial, a conservação da paridade P impõe que o campo a deve ser um pseudo-escalar [8]. A constante $g_{a\gamma}$ tem unidades de inverso de energia e deve ser verificada empiricamente.

As equações de movimento para a e A_μ são obtidas da Lagrangiana na Eq. (6) através do procedimento conhecido como equações de Euler-Lagrange para campos clássicos [35]. Como resultado dessa operação, obtemos

$$\left. \begin{aligned} (m_a^2 + \partial_\mu \partial^\mu)a &= -g_{a\gamma} \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \\ \partial_\mu F^{\mu\nu} &= g_{a\gamma} \tilde{F}^{\mu\nu} (\partial_\mu a) \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

As Eqs. (11) formam um conjunto de equações diferenciais parciais acopladas e devem ser resolvidas simultaneamente. Vamos resolvê-las para uma configuração particular que retrate nosso experimento.

Estamos interessados na solução em que o sistema fóton–ALP oscila na direção z . Uma condição necessária é que exista um campo magnético externo intenso. Esse campo pode, em princípio,

existir numa direção arbitrária. O fóton possui momento angular azimutal $J_z = \pm 1$ e o pseudo-escalar tem $J_z = 0$. Como um campo magnético externo longitudinal é simétrico na direção azimutal, não é capaz de induzir a transição, pois isso violaria a conservação do momento angular. Sendo assim, é natural adotar o campo externo inteiramente transversal.

A polarização do fóton será na direção y . O campo magnético externo será dado por $\mathbf{B} = B\hat{y}$. Os tensores $F^{\mu\nu}$ e $\tilde{F}^{\mu\nu}$ levam em conta toda a configuração dos campos eletromagnéticos na região considerada. Para \mathbf{B} muito intenso, podemos simplificar o modelo ao negligenciar o campo magnético produzido pelo fóton, de tal modo que o campo magnético total é \mathbf{B} . Nesse caso, $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = E_y B$. Reescrevendo $E_y = \partial A_y / \partial t$, encontramos, em termos do campo a e do potencial A^μ ,

$$(m_a^2 + \partial_\mu \partial^\mu) a = -g_{a\gamma} B \frac{\partial A_y}{\partial t}. \quad (12)$$

Supondo ainda, que B é apreciavelmente mais intenso do que as componentes do campo elétrico do fóton, o único termo que sobrevive no tensor dual é \tilde{F}^{02} . A soma do lado direito da Eq. (11) se reduz a $g_{a\gamma} B \frac{\partial a}{\partial t}$. Para manter a consistência, é preciso tomar o lado direito com $\nu = 2$. Nesse caso, após reescrever $F^{\mu\nu}$ em termos de A^μ , e com o auxílio da condição de calibre de Lorenz, $\partial_\mu A^\mu = 0$, encontramos

$$\partial_\mu \partial^\mu A_y = -g_{a\gamma} B \frac{\partial a}{\partial t}. \quad (13)$$

Considerando que as variações do campo magnético externo são de ordem maior do que o comprimento de onda do fóton, essas equações admitem o *ansatz* [36, 37]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}(z, t) &= A_x(z, t)\hat{x} + A_y(z, t)\hat{y} \\ a(z, t) &= a(z)e^{i(kz - \omega t)} \end{aligned} \right\}, \quad (14)$$

onde, k é o número de onda e ω a frequência angular da onda plana em questão. A_x e A_y são as componentes perpendiculares ao movimento do fóton. Usando a direção de \mathbf{B} como referência, podemos ainda escrever

$$\left. \begin{aligned} A_x(z, t) &= A_\perp(z)e^{i(kz - \omega t)} \\ A_y(z, t) &= A_\parallel(z)e^{i(kz - \omega t)} \end{aligned} \right\}, \quad (15)$$

onde A_{\perp} e A_{\parallel} são as componentes perpendicular e paralela ao campo externo, respectivamente. De posse desse *ansatz*, pode-se reescrever as Eqs. (12) e (13) em forma matricial como uma equação do tipo Schrödinger para um *ket* que têm como componentes os campos $a(z)$ e $A_{\parallel}(z)$. Nesta equação, a coordenada z (que representa a direção de propagação do sistema), toma o lugar do parâmetro t . Considerando o estado inicial como $A_{\parallel}(z)$, queremos saber quão provável é a transição para o estado $a(z)$, em função de z . A probabilidade de transição $P_{\gamma a}$ é definida como o módulo ao quadrado da projeção no estado final, $a(z)$, do *ket* inicial evoluído no parâmetro z . Os detalhes do cálculo para encontrar $P_{\gamma a}$ podem ser consultados no Apêndice C. O resultado é

$$P_{\gamma a} = \mathcal{A}^2(\omega) \sin\left(\frac{\beta}{\mathcal{A}(\omega)}\right), \quad (16)$$

onde, definimos

$$\beta \equiv \frac{g_{a\gamma} B z}{2}, \quad \mathcal{A}(\omega) \equiv \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{m_a^2}{2g_{a\gamma}\omega B}\right)^2}} \quad \text{e} \quad z = N_m L, \quad (17)$$

sendo N_m o número de magnetos em cada cavidade do experimento e L o tamanho deles.

3. FENOMENOLOGIA

Nesta seção vamos tratar de questões experimentais. Antes disso, vale a pena entender melhor como funcionam os síncrotrons, e em especial o Sirius.

3.1. Sirius

Para entender a física dos síncrotrons, é preciso estudar o que ocorre quando partículas carregadas em velocidades relativísticas são forçadas a percorrer trajetórias circulares. Um tratamento relativamente rigoroso é deixado para o Apêndice D. Entretanto, faz-se saber que essas partículas emitem radiação eletromagnética em feixes de luz altamente colimados. Essa perda de energia é um problema sério para a engenharia dos colisores de partículas como o LHC, mas pode-se desenvolver equipamentos que dão utilidade a essa energia.

Uma fonte de luz síncrotron é um equipamento capaz de produzir radiação de alto brilho e que abrange um amplo espectro que vai desde o infravermelho até os raios X. Seus feixes de luz altamente colimados têm aplicações em diversas áreas do conhecimento científico, graças ao seu

poder de penetração na matéria e sua capacidade de analisar em detalhes processos que ocorrem em frações de segundo [32].

O processo para a criação de luz síncrotron possui algumas etapas e começa com a emissão dos elétrons. O canhão de elétrons é o responsável pela geração das partículas que produzirão a luz síncrotron no final do processo. Um cátodo é utilizado para a emissão dos elétrons que são acelerados por campos eletrostáticos.

Em seguida, é preciso que os elétrons tenham velocidade e energia ideais para a operação. Primeiramente as partículas adentram o acelerador linear (LINAC, da expressão em inglês *linear accelerator*), com o objetivo de atingirem velocidades próximas à da luz. Em seguida, elas circulam no *booster* até atingirem a energia de 3 GeV.

Uma vez preparadas, as partículas estão prontas para a etapa principal, o anel de armazenamento. O anel de armazenamento é composto de seções retas periódicas. Em cada uma dessas seções estão distribuídas redes magnéticas e equipamentos de inserção, ambos capazes de gerar a radiação síncrotron. Também existem cavidades de radiofrequência⁹ que tem a função de suprir os elétrons, em cada volta, com energia suficiente para que não colidam com as paredes do anel de armazenamento.

A rede magnética do Sirius é composta de dipolos, quadrupolos e sextupolos. Os dipolos possuem um campo magnético forte e sua função é desviar a trajetória das partículas para que permaneçam no caminho fechado. Esse desvio de trajetória gera radiação síncrotron, afinal, as partículas estão sendo aceleradas. Os dipolos são considerados fontes de luz síncrotron de segunda geração¹⁰. A função dos quadrupolos é colimar os feixes que circulam o anel, porque a repulsão coulombiana tende a desfocá-los. Os sextupolos servem para corrigir a aberração cromática gerada pela ação dos quadrupolos [39].

O Sirius também possui equipamentos de inserção. Os *wigglers* e onduladores são fontes de luz síncrotron de terceira geração. Esses equipamentos estão inseridos nas seções retas do anel e são capazes de gerar campos magnéticos periódicos no espaço. A ideia principal é que ao passar pelo equipamento a partícula percorre um caminho aproximadamente senoidal, e em cada oscilação na trajetória há a emissão de radiação.

A diferença entre *wigglers* e onduladores está em suas configurações físicas. No *wiggler* existem

⁹ São câmaras metálicas com campos eletromagnéticos cujo propósito é acelerar partículas carregadas que passam no seu interior [38]

¹⁰ As fontes de luz de primeira geração foram os colisores de partículas que utilizavam a radiação síncrotron de forma parasítica para outros propósitos.

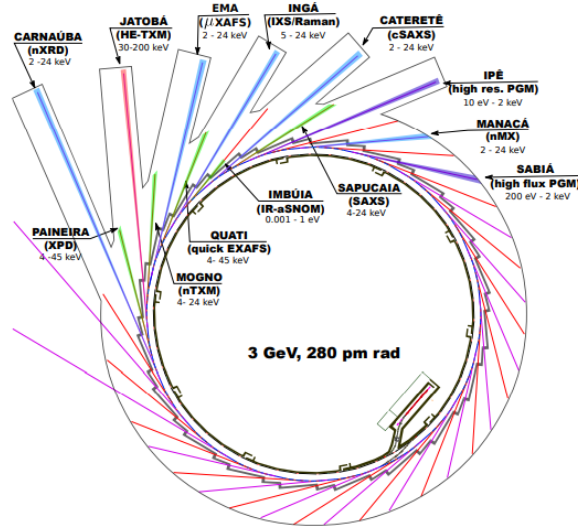


Figura 4: As linhas de luz do Sirius e suas respectivas fontes de radiação. Em verde são gerados pelo *Superbend* 2T, em vermelho são as linhas do *wiggler* 4T, em azul são os onduladores de curto período e em roxo os onduladores de longo período. Figura retirada da Ref. [32].

N períodos de variação do campo magnético e há um aumento em N vezes das características do feixe (brilho, fluxo, energia) porque seus ímãs são espaçados para que haja superposição dos feixes. No ondulador ocorre o fenômeno de interferência, então para as frequências onde há interferência construtiva há a produção de bandas de energia monocromáticas denominadas harmônicos.

O desenvolvimento tecnológico das configurações da rede magnética e dos equipamentos de inserção permitiram a existência de feixes de luz síncrotron de ultrabaixa emitância. Fontes com essa característica são consideradas de quarta geração. Atualmente apenas o Sirius do Brasil e o MAX IV da Suécia estão nessa categoria [32].

Após a geração da radiação eletromagnética, a sua utilização ocorre nas linhas de luz. São pequenos laboratórios montados com propósitos específicos. Como pode ser visto na Figura 4, no ápice de sua produtividade o Sirius terá 40 linhas de luz para hospedar os mais diversos experimentos.

3.2. Experimento

Neste trabalho simulamos um experimento de regeneração de fótons cuja fonte de luz é o síncrotron Sirius. Das diversas linhas de luz disponíveis, a Jatobá é a que melhor se adequa aos nossos propósitos, por ser a mais comprida e também por ter um alto fluxo de fótons bastante energéticos, graças ao *wiggler* SCW60. Na Figura 5 comparamos o fluxo de algumas fontes de luz. É possível

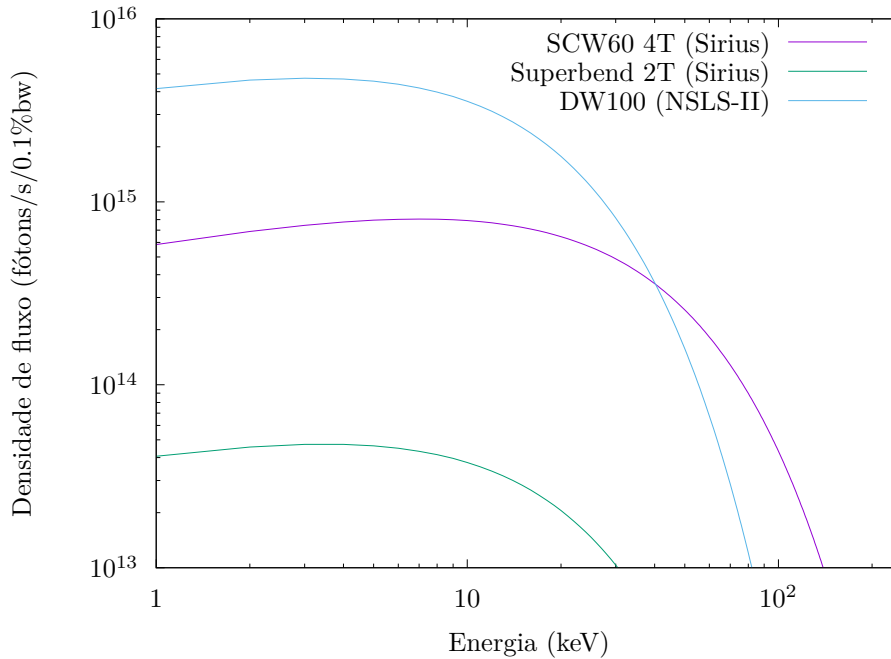


Figura 5: Comparação da densidade de fluxo para algumas fontes de luz. Embora a densidade de fluxo do DW100 do NLSL-II seja superior, a do SCW60 do Sirius se mantém expressiva num intervalo maior de frequências. A quantidade 0,1% bw é definida como o intervalo de energia do fóton em torno de uma dada energia que é igual a um milésimo. Em outras palavras, $0,1\% \text{ bw} = \Delta\omega/\omega = 10^{-3}$.

ver que o SCW60 possui um fluxo considerável para energias até aproximadamente 200 keV.

Para reproduzir um experimento de regeneração de fótons é necessário construir duas regiões nas quais é gerado um campo magnético forte. A primeira região, denominada região de produção, é por onde o feixe de luz se propaga livremente. A segunda região, denominada região de detecção, deve ser uma cavidade na qual os fótons do feixe não entram. Veja a Figura 3.

Enquanto os fótons viajam na região de produção, o campo magnético presente pode fazer com que uma parte deles seja convertida em ALPs. Diferentemente dos fótons, as ALPs não encontram problemas para atravessar a barreira divisora entre as duas regiões, porque interagem muito fracamente com a matéria ordinária.

As ALPs na cavidade estão submetidas a um campo magnético que fará com que algumas delas se transformem em fótons antes que escapem da região. Para todos os fótons que brilharam através da parede, existe um detector fotossensível que nos permite verificar experimentalmente a constante de acoplamento $g_{a\gamma}$.

Como a probabilidade de produção de áxions cresce com o aumento da região na qual os fótons viajam, é possível otimizar o experimento com a utilização de espelhos [30]. Um par de espelhos

convexos na região de produção reflete os feixes algumas vezes antes que escapem. Esse maior tempo de exposição ao campo magnético aumenta a chance de conversão em ALP.

Em cada cavidade são inseridos N_m ímãs de campo magnético forte. Já existem ímãs supercondutores com campos magnéticos da ordem $B = 10$ T, como os utilizados no LHC¹¹ [40]. Esses ímãs possuem um comprimento $L = 15$ m. Extrapolamos os limites da tecnologia atual e supomos a existência de ímãs ainda mais potentes com $B = 20$ T para fazer uma comparação direta com o que já existe e de que forma se daria a evolução nos resultados.

Há uma certa liberdade na quantidade de ímãs utilizados no experimento. As duas configurações possíveis levam os nomes de interna e externa. Como é de se imaginar, na configuração interna todo o experimento se passa na região delimitada pela linha de luz Jatobá. Essa linha possui 150 m de comprimento, o que permite que as cavidades possuam $N_m = 5$ ímãs cada. Em contrapartida, a configuração externa se utiliza dos 150 m da linha de luz Jatobá como cavidade de produção, enquanto que a cavidade de regeneração deve ser instalada do lado de fora do prédio. Na configuração externa há um ganho substancial no número de magnetos em cada cavidade, $N_m = 10$. A desvantagem dessa configuração está no fato de ser necessária a criação de mais infraestrutura, para acomodar um experimento do lado de fora do prédio. Além das duas configurações realísticas de ímãs, testamos o caso onde $N_m = 1$.

3.3. Cálculo do Número de Eventos

Para calcular o número de eventos no experimento, precisamos considerar todos os fatores que podem alterar a chance de detecção. A probabilidade de transição $P_{\gamma a}$ é uma função da frequência do fóton dentro da cavidade. Como o síncrotron possui uma ampla faixa de frequências, faz sentido encontrar o número de eventos para uma dada frequência e em seguida integrar sobre todo o intervalo.

Uma das formas de aumentar a taxa de produção das ALPs é através de espelhos de alta refletividade. Se um fóton for refletido N_r vezes dentro da cavidade de produção, isso é equivalente a um aumento do caminho que ele percorre sob a influência do campo magnético em N_r vezes. Como a reflexão dos espelhos não é perfeita na prática, alguma atenuação na potência do feixe é esperada nesse processo. Se a refletividade dos espelhos for dada por $R = 1 - \tilde{\eta}$, o número de

¹¹ Os ímãs do LHC possuem polarização vertical, enquanto que os fótons das fontes de luz síncrotron possuem polarização horizontal. Seria necessário verificar a possibilidade de modificar a polarização do campo magnético dos ímãs, porque o produto escalar na Eq. (10) seria nulo e o experimento seria falho.

pseudo-escalares produzidos na primeira cavidade é aumentado por um fator $1/\eta \equiv 1/(2\tilde{\eta} - \tilde{\eta}^2)$ [30]. Por simplicidade, vamos supor que η é constante para todas as frequências ω .

A densidade espectral é definida como

$$n(\omega) \equiv \frac{dN_\gamma}{d\omega dt}, \quad (18)$$

onde, N_γ é a quantidade de fótons que adentra a cavidade de produção por unidade de tempo e de frequência. Levando em consideração a probabilidade de transição em ALP na cavidade de produção e o fator de atenuação devido às N_r reflexões nos espelhos internos, o número de ALPs que fazem sua jornada até a cavidade de regeneração, $N_{\gamma a}$ obedece a relação

$$\frac{P_{a\gamma}(\omega)}{\eta} n(\omega) = \frac{dN_{\gamma a}}{d\omega dt}. \quad (19)$$

Como estamos supondo que os parâmetros e configuração geométrica das duas cavidades são idênticos, é razoável supor que $P_{a\gamma} = P_{\gamma a}$. Nesse caso, o número de fótons detectados, $N_{\gamma a\gamma}$, leva em conta a probabilidade de regeneração da ALP e também a sensibilidade do fotossensor ϵ . Somando as contribuições de todas as frequências significativas do síncrotron, para um experimento realizado num intervalo de tempo Δt , temos que

$$N_{\gamma a\gamma} = \Delta t \frac{\epsilon}{\eta} \int_{\omega_1}^{\omega_2} P_{\gamma a}^2(\omega) n(\omega) d\omega, \quad (20)$$

onde supõe-se de forma explícita que η e ϵ não dependem da frequência. No Apêndice D vimos que a densidade espectral emitida por uma fonte de luz síncrotron pode ser aproximada pela expressão [30, 41]

$$n(\omega) = \frac{dI}{d\omega} = \mathcal{F}_0 \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{5/3}(x) dx, \quad (21)$$

onde, $K_{5/3}(x)$ é a função de Bessel modificada do segundo tipo de ordem $\frac{5}{3}$, \mathcal{F}_0 é uma constante característica e ω_c é a frequência crítica de radiação do equipamento. Para o *wiggler* SCW60 instalado para a linha de luz Jatobá do Sirius, $\omega_c \sim 25$ keV e $\mathcal{F}_0 \sim 10^{15}$ fótons/s/eV [32].

Vale a pena analisar dois limites da Eq. (20). O primeiro é quando $\omega \gg m_a^2/2g_{a\gamma}B$. Nesse caso, $\mathcal{A}(\omega) \ll 1$ e $\beta \ll 1$. Para esses valores, a função seno da probabilidade na Eq. (C11) pode ser aproximada por seu argumento. Com isso, a constante de acoplamento pode ser simplificada a

$$g_{a\gamma} \approx \frac{1}{BN_m L} \left(\frac{\eta N_{\gamma a\gamma}}{\epsilon \Delta t \int_{\omega_1}^{\omega_2} n(\omega) d\omega} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (22)$$

Note que nesse limite $g_{a\gamma}(m_a) = \text{constante}$. O segundo limite a ser analisado é quando $\omega \ll m_a^2/2g_{a\gamma}B$. Nesse caso, uma expansão binomial revela que $\mathcal{A}(\omega) \approx 2g_{a\gamma}\omega B/2 \ll 1$. O argumento do seno na Eq. (C11) varia rapidamente e pode ser aproximado por $\frac{1}{2}$. Com isso, podemos simplificar o a constante de acoplamento para

$$g_{a\gamma} \approx \frac{1}{B} \left(\frac{\eta N_{\gamma a\gamma}}{4\epsilon \Delta t \int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega^4 n(\omega) d\omega} \right)^{\frac{1}{4}} m_a^2. \quad (23)$$

Neste caso, note que $g_{a\gamma}(m_a) \propto m_a^2$. De acordo com essa análise, o comportamento esperado para o limite de exclusão é uma reta para valores de $\omega \ll m_a^2/2g_{a\gamma}B$ e um crescimento quadrático para valores de $\omega \gg m_a^2/2g_{a\gamma}B$.

Como mencionado anteriormente, espera-se que o acoplamento do fóton com as ALPs seja muito fraco, então faz sentido buscar um experimento nulo. Tomamos como experimento nulo aquele em que o número de detecções seja $N_{\gamma a\gamma} = 3$. Para essa quantidade de detecções, as previsões do nosso modelo atingem um nível de confiança de 95% [30]. Todos os testes foram realizados com tempo de experimento $\Delta t = 1$ ano.

3.4. Simulação Computacional

A simulação do experimento foi realizada com a utilização de um programa na linguagem *Python*. A rotina `axion.py` está disponível no Apêndice E. Os parâmetros importantes para a simulação que descrevem o *wiggler* SCW60 presente no Sirius estão listados na Tabela I.

Tabela I: Parâmetros das fontes de luz síncrotron

	Superbend 2T (Sirius)	SCW60 4T (Sirius)	DW90 (NSLS-II)
Número de períodos	-	17	75
Campo magnético (T)	2	4,1	1,85
Energia crítica ω_c (keV)	12,0	24,6	10,9

A Eq. (20) possui dois parâmetros livres, $g_{a\gamma}$ e m_a . Usando essa equação, podemos definir $f(g_{a\gamma})$ como

$$f(g_{a\gamma}) \equiv N_{\gamma a\gamma} - \frac{\epsilon \mathcal{F}_0 \Delta t}{\eta} \int_{\omega_1}^{\omega_2} P_{\gamma a}^2(\omega, g_{a\gamma}) \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{5/3}(x) dx d\omega, \quad (24)$$

onde, m_a é o único parâmetro livre. Para determinar o valor de $g_{a\gamma}$, basta inserir o valor de m_a e encontrar a raiz da Eq.(24) com o auxílio da função `fsolve`. Essa dupla de valores compõe o ponto $(m_a, g_{a\gamma})$. O conjunto de todos esses pontos traça uma linha de exclusão. As diferentes linhas de exclusão no espaço dos parâmetros que podem ser vistas na Figura 6 são devidas a diferentes valores para os parâmetros $z = N_m L$ e B .

3.5. Resultados

Tabela II: Resultados

N_m	η	B (T)	$ g_{a\gamma} $ (GeV ⁻¹)	m_a (eV)
1	1	10	$\gtrsim 6,3 \times 10^{-9}$	$\lesssim 0,01$
5	1	10	$\gtrsim 1,3 \times 10^{-9}$	$\lesssim 0,01$
10	1	10	$\gtrsim 6,3 \times 10^{-10}$	$\lesssim 0,01$
10	0,005	20	$\gtrsim 8,4 \times 10^{-11}$	$\lesssim 0,01$

Os resultados estão listados na Tabela II e na Figura 6. Podemos fazer uma comparação direta entre esse experimento e o ALPS-II [42], que utiliza um laser como fonte, e portanto, é um experimento do tipo LSW laboratorial. Na região de menor massa o experimento a laser é no mínimo duas ordens de magnitude maior no alcance da constante de acoplamento para todos os casos realísticos. A questão muda na região de maior massa. Para o caso 1 + 1 ($\eta = 1$, $B = 10$ T), há uma melhora significativa na sensibilidade do experimento na região $m_a \gtrsim 4 \times 10^{-3}$ eV, se comparado ao ALPS-II. A situação é ainda melhor para os casos que utilizam mais ímãs. Na configuração realística 10 + 10 ($\eta = 1$, $B = 10$ T), os limites impostos na constante de acoplamento são melhorados para $m_a > 7 \times 10^{-4}$ eV. Além dos casos realísticos para tecnologias atuais, também simulamos o caso onde $\eta = 1/200$, que equivale a uma refletividade $R = 0,9975$ para todas as frequências. Para este último, o experimento é suficientemente sensível para superar a região excluída pelo CAST para massas até aproximadamente 0,1 eV.

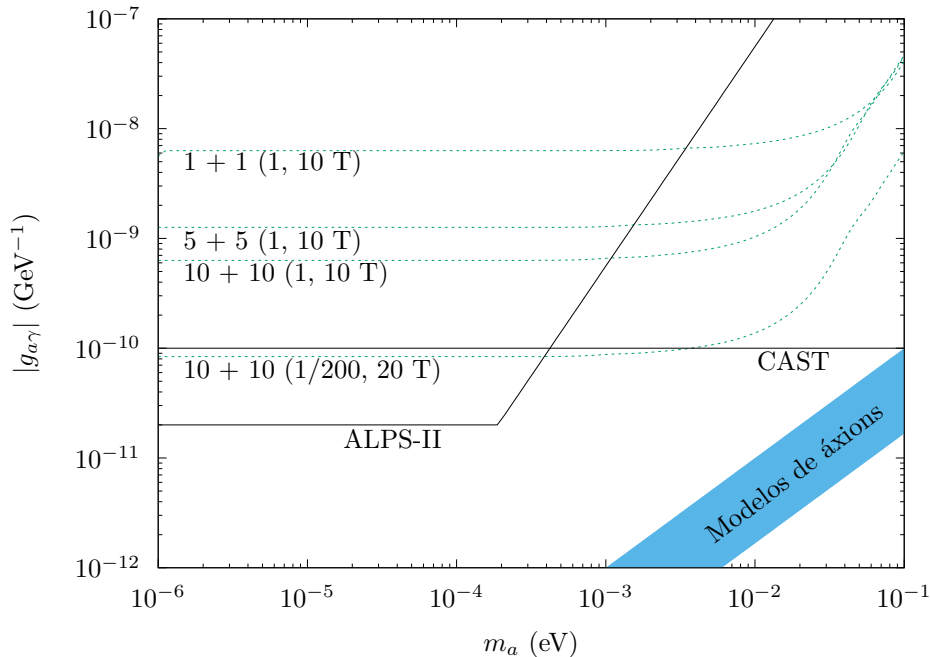


Figura 6: Limites de exclusão em diversas configurações do experimento no formato $N_m + N_m(\eta, B)$. São plotados para comparação os experimentos CAST e ALPS-II. Para os parâmetros abordados nesse trabalho, os limites de exclusão não são suficientemente potentes para sondar a região do áxion da cromodinâmica quântica.

4. CONCLUSÃO

Mostramos nesse artigo que os limites de exclusão de $g_{a\gamma}$ e m_a produzidos por experimentos laboratoriais de regeneração de fótons podem ser melhorados na região $m_a \gtrsim 10^{-4}$ eV em configurações experimentais plausíveis. O experimento no Sirius tem sensibilidade maior do que a do ALPS-IIc para esses valores de massa. Essa diferença nos resultados é devida, basicamente, ao fato do espectro do síncrotron ser contínuo. Para as frequências mais energéticas, $\omega \gg m_a^2/2g_{a\gamma}B$ num intervalo maior, e de acordo com a Eq. (22), $g_{a\gamma}$ pode ser aproximado por uma constante.

Como foi mencionado anteriormente, espelhos de alta refletividade podem ser utilizados para aumentar a sensibilidade do experimento, mas conforme mencionado na Ref. [30], essa melhora vem através do fator $\eta^{1/4}$. Para o wiggler SCW60, boa parte do espectro é composta de raios X, mas a tecnologia de alta refletividade ainda está por ser desenvolvida para fótons tão energéticos [43], o que implica que espelhos ainda não têm o potencial de aumentar significativamente os resultados do presente trabalho. A simulação revelou que avanços na tecnologia de reflexão de raios X somados ao desenvolvimento na tecnologia de ímã supercondutores podem ser necessários

para superar os limites de exclusão impostos pelo CAST.

Novos limites também seriam encontrados com uma linha de luz mais longa. A mais longa do Sirius tem 150 m, devido ao poder de foco dos feixes. Entretanto, esse experimento não precisa de feixes colimados para funcionar. Em vez disso, um maior fluxo de fótons é preferível. Uma linha de luz com essas necessidades em mente traria um ganho na sensibilidade do experimento.

Utilizar mais linhas de luz aumenta o fluxo de fótons, porém, o ganho no limite de exclusão não é expressivo. Como o número de fótons total é a soma dos fótons em cada linha de luz, o acréscimo ao limite de exclusão seria o número de linhas utilizadas elevado a $\frac{1}{4}$, de acordo com a Eq. (22). Como no Sirius existem 40 linhas de luz, se todas elas fossem idênticas à linha Jatobá, o limite de exclusão seria melhorado em um fator de aproximadamente 2,5. O melhor custo benefício para este experimento é a utilização de apenas uma linha de luz.

Embora o espaço dos parâmetros seja severamente restringido por experimentos que detectam ALPs oriundos do Sol e do espaço, uma busca totalmente laboratorial se justifica por dois motivos. O primeiro é que numa investigação laboratorial, os resultados são independentes de modelos astrofísicos [44], em contraste, por exemplo, com experimentos como CAST e ADMX. O segundo motivo é que um experimento laboratorial poderia revelar algum mecanismo de supressão que esteja impossibilitando a detecção em outros experimentos [45–48]. Isso é motivo suficiente para motivar a busca por nova física.

Conclui-se que é um experimento com execução viável, tanto na questão orçamentária quanto nos resultados esperados. O custo do experimento está atrelado basicamente à aquisição dos ímãs supercondutores, já que a estrutura do Sirius já está pronta. Com relação aos resultados, nota-se que pode ser considerado um complemento ao ALPS-IIc na busca laboratorial dos experimentos do tipo LSW. Tomando como padrão o caso $5 + 5$ ($\eta = 1$, $B = 10$ T), que é o mais realista de todos, a superposição dos resultados dos dois experimentos poderia impor um limite de exclusão numa região $m_a < 10^{-2}$ eV e $|g_{a\gamma}| > 10^{-11}$ GeV $^{-1}$.

5. AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os meus familiares e amigos que me apoiaram durante a execução deste trabalho. Agradeço em especial os professores Dr. German Lugones pela ajuda com a simulação computacional e Dr. Alex G. Dias por ter me guiado nos estudos e por suas dicas e ideias excelentes para aprimorar o trabalho.

Apêndice A: Propriedades do Campo Escalar

Neste apêndice vamos mostrar que a massa do pseudo-escalar não surge do mecanismo de Higgs, mas pode ser adicionada através de uma quebra explícita de simetria. A Lagrangiana do modelo é [49]

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}_L i \not{D} \psi_L + \bar{\psi}_R i \not{D} \psi_R + \partial_\mu \varphi^\dagger \partial^\mu \varphi + \partial_\mu H^\dagger \partial^\mu H \\ & - (y\varphi \bar{\psi}_L \psi_R + \text{c.h.}) - V(H, \varphi), \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

onde, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ é o campo eletromagnético e A_μ o potencial eletromagnético, φ é o campo escalar complexo, H é o dubleto complexo de Higgs, ψ é o campo de férmion com $\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi$ e $\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi$ são as projeções de quiralidade esquerda e direita respectivamente, $\not{D} = \gamma^\mu D_\mu = \gamma^\mu(\partial_\mu + ieA_\mu)$ é a derivada covariante e y é a constante de acoplamento de Yukawa. O termo V tem a forma

$$V(H, \varphi) = \mu_1^2(H^\dagger H) + \lambda_1(H^\dagger H)^2 + \mu_2^2(\varphi^\dagger \varphi) + \lambda_2(\varphi^\dagger \varphi)^2 + \lambda_3(H^\dagger H)(\varphi^\dagger \varphi). \quad (\text{A2})$$

Estamos interessados no limite de baixas energias, onde os valores dos campos são próximos do vácuo. Analisar individualmente os potenciais que dependem apenas do campo H e também os termos que depender só do campo φ nos permite encontrar as parametrizações úteis para os campos H e φ .

Por ser um campo escalar complexo, φ toma a forma

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1 + i\varphi_2), \quad (\text{A3})$$

onde, φ_1 e φ_2 são campos reais. No caso em que $\lambda_2 > 0$ e $\mu_2^2 < 0$, V_φ é limitado por baixo e possui mínimo $v_\varphi \neq 0$. A constante v_φ é chamada de valor esperado de vácuo. Para sistemas de baixas energias, podemos reescrever o campo φ como perturbações em torno de v_φ . A chamada parametrização linear é a expressão do campo escalar complexo φ como pequenas perturbações reais s e a em torno do vácuo, tal que

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\varphi + s + ia). \quad (\text{A4})$$

O campo H é um dubleto complexo, que é escrito no modo mais geral como

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} H_1 + iH_2 \\ H_3 + iH_4 \end{pmatrix}, \quad (\text{A5})$$

onde H_1, H_2, H_3 e H_4 são campos reais. Para o caso onde $\lambda_1 > 0$ e $\mu_1^2 < 0$, o potencial V_H é limitado por baixo e possui mínimo $v \neq 0$. A constante v é o valor esperado de vácuo do campo de Higgs. É um parâmetro livre do Modelo Padrão que deve ser determinado experimentalmente.

Analogamente à parametrização do campo φ , podemos escrever H como uma expansão em torno de v . A diferença é que no caso do dubleto de Higgs, é conveniente escrever a parametrização no chamado calibre unitário

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix}, \quad (\text{A6})$$

onde h é um campo real. Essa parametrização é importante porque o dubleto H gera apenas o campo físico h .

Neste ponto, é interessante notar que

$$\begin{aligned} y\varphi\bar{\psi}_L\psi_R + \text{c.h.} &= y\frac{1}{\sqrt{2}}(s + v + ia)\bar{\psi}_L\psi_R + y\frac{1}{\sqrt{2}}(s + v - ia)\bar{\psi}_R\psi_L \\ &= \left(\frac{yv}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}}s\right)(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L) + \frac{y}{\sqrt{2}}(\bar{\psi}_L\psi_R - \bar{\psi}_R\psi_L)a \\ &= \left(\frac{yv}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}}s\right)\bar{\psi}\psi + \frac{y}{\sqrt{2}}i\bar{\psi}\gamma_5\psi a, \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

portanto, este termo contém a interação da Eq. (5). Como cada termo da Lagrangiana deve ser invariante sob a transformação de paridade, $\bar{\psi}\psi$ se transformar como um escalar implica que s também se transforma como um escalar. Da mesma forma, $\bar{\psi}\gamma_5\psi$ se transformar como um pseudo-escalar implica que a também é um pseudo-escalar.

A Lagrangiana (A1) possui a simetria quiral global $U(1)_{\text{PQ}}$,

$$\varphi \rightarrow e^{-i\theta}\varphi, \quad H \rightarrow e^{-i\theta}H, \quad \psi_L \rightarrow e^{i\alpha\theta} \quad \text{e} \quad \psi_R \rightarrow e^{i(\alpha+1)\theta}\psi_R. \quad (\text{A8})$$

Reescrevendo o potencial (A2) em termos dos campos s, a e h ,

$$\begin{aligned} V(s, a, h) &= \mu_1^2(v + h) + \lambda_1(v + h)^2 \\ &\quad + \mu_2^2[(v_\varphi + s)^2 + a^2] + \lambda_2[(v_\varphi + s)^2 + a^2]^2 \\ &\quad + \lambda_3(v + h)^2[(v_\varphi + s)^2 + a^2], \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

e analisando o caso onde $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$, $\lambda_3 > 0$, $\mu_1^2 < 0$ e $\mu_2^2 < 0$, estamos nos limitando a uma família de potenciais que são limitados por baixo e que possuem mínimos globais não-nulos. Essa família de potenciais está atrelada ao conjunto de parâmetros $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$, que não são determinados pela teoria.

O conjunto de mínimos do potencial (A9) são os pontos nos quais as derivadas de primeira ordem com relação aos campos existam e que satisfaçam as condições

$$\frac{\partial V(0,0,0)}{\partial s} = 0, \quad \frac{\partial V(0,0,0)}{\partial a} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial V(0,0,0)}{\partial h} = 0. \quad (\text{A10})$$

Essas condições geram duas equações de vínculo para determinar μ_1^2 e μ_2^2 como

$$\left. \begin{aligned} \mu_1^2 &= -\frac{1}{2}(2v^2\lambda_1 + v_\varphi^2\lambda_3) \\ \mu_2^2 &= -\frac{1}{2}(2v_\varphi\lambda_2 + v^2\lambda_3) \end{aligned} \right\}. \quad (\text{A11})$$

Após a substituição das Eqs. (A11) no potencial (A9), obtemos

$$V(s, h, a) = V_{\text{massa}} + V_{\text{interação}}, \quad (\text{A12})$$

onde, V_{massa} contém todos os termos de segunda ordem nos campos e $V_{\text{interação}}$ possui todos os termos de ordem três ou maior. Explicitamente,

$$V_{\text{massa}} = 2v^2\lambda_1 h^2 + 2vv_\varphi\lambda_3 hs + 2v_\varphi^2\lambda_2 s^2. \quad (\text{A13})$$

De V_{massa} podemos ver a definição conveniente

$$m_s^2 = 2\lambda_2 v_\varphi^2. \quad (\text{A14})$$

A ausência de termos envolvendo o campo a na Eq. (A13) implica que a não é massivo. Em outras palavras, a é um bóson de Goldstone dessa teoria, oriundo da quebra espontânea da simetria global do campo φ , descrita na Eq. (A8). Embora o campo pseudo-escalar a não receba massa através do mecanismo de Higgs, podemos supor que exista uma quebra explícita da simetria $U(1)_{\text{PQ}}$ na forma

$$V_{\text{quebra}}(\varphi) = -\frac{m_a^2}{2}\varphi^2 + \text{c.h.}, \quad (\text{A15})$$

onde, m_a é uma constante com unidades de massa. Note que esse termo, de fato, quebra a simetria $U(1)_{\text{PQ}}$ da Eq. (A8). Na representação linear do campo φ da Eq. (A4), o termo acima dá origem aos termos de massa

$$V_{\text{quebra}}(\varphi) \supset -\frac{m_a^2}{2}a^2 - \frac{m_a^2}{2}s^2. \quad (\text{A16})$$

Com a condição que $m_a^2 \ll m_s^2$, o termo proporcional a s^2 na Eq. (A16) não altera de forma significativa a massa do campo escalar s , da Eq. (A14). Tendo massa, o campo pseudo-escalar pode decair em dois fótons. Como $m_s^2 \gg m_a^2$, pode-se desconsiderar o campo s em baixas energias, e estudar a interação do pseudo-escalar com fótons.

A Eq. (A13) pode ser posta na forma matricial

$$V_{\text{massa}} = \begin{pmatrix} h & s \end{pmatrix} M \begin{pmatrix} h \\ s \end{pmatrix}, \quad (\text{A17})$$

onde,

$$M = \begin{pmatrix} 2v^2\lambda_1 & 2vv_\varphi\lambda_3 \\ 2vv_\varphi\lambda_3 & 2v_\varphi\lambda_2 \end{pmatrix}, \quad (\text{A18})$$

é a chamada matriz de massa. Como M não é diagonal, concluímos que h e s não possuem massas bem definidas e conseqüentemente não representam os campos físicos. Isso é possível ver também na Eq. (A13) pois há um termo que mistura os campos.

Os estados físicos são aqueles que possuem massas bem definidas. Fazendo uma rotação ortogonal, podemos encontrá-los,

$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = Q \begin{pmatrix} h \\ s \end{pmatrix}, \quad (\text{A19})$$

onde,

$$Q \equiv \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \quad (\text{A20})$$

é uma matriz ortogonal 2×2 , que por definição obedece $QQ^T = Q^TQ = \mathbb{1}$. Reescrevendo os campos h e s em termos de h_1 e h_2 com a inversa da Eq. (A20) e impondo que os novos campos tenham termos de massa desacoplados, nos leva à condição

$$Q^T M Q = D, \quad (\text{A21})$$

onde D é a matriz diagonal com as massas das partículas h_1 e h_2 ,

$$D \equiv \begin{pmatrix} M^2 & 0 \\ 0 & m_h^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A22})$$

Computação explícita do produto matricial no lado esquerdo da Eq. (A21) seguida de comparação com o lado direito nos retorna três vínculos entre as massas M e m_h e os parâmetros livres da teoria. Resolvendo esses vínculos para λ_1 , λ_2 e λ_3 obtemos

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{M^2 \sin^2 \alpha + m_h^2 \cos^2 \alpha}{v^2} \\ \lambda_2 = \frac{m_h^2 \sin^2 \alpha + M^2 \cos^2 \alpha}{v_\varphi^2} \\ \lambda_3 = \frac{\sin \alpha \cos \alpha (M^2 - m_h^2)}{2vv_\varphi}. \end{cases} \quad (\text{A23})$$

No limite em que $\alpha \rightarrow 0$, ocorre o desacoplamento entre os campos, pois

$$\lambda_1 \rightarrow \frac{m_h^2}{v^2}, \quad \lambda_2 \rightarrow \frac{M^2}{v_\varphi^2} \quad \text{e} \quad \lambda_3 \rightarrow 0. \quad (\text{A24})$$

Olhando novamente o potencial na Eq. (A2) vemos que no limite $\lambda_3 = 0$, há de fato um desacoplamento.

Apêndice B: Vértice de Interação

O fóton não possui vértice que o ligue diretamente com a para representar o decaimento $a \rightarrow \gamma\gamma$ como diagramas de Feynman em nível de árvore [50–53]. A saída é utilizar uma estrutura conhecida como *loop*, onde um férmion roda interligando a e os γ .

$$i\mathcal{M} = a \text{---} q \text{---} + a \text{---} q \text{---} \quad (B1)$$

Como pode ser visto na Eq. (B1), existem dois desses diagramas de menor ordem. O vértice de interação entre o pseudo-escalar e os férmions pode ser definido como $\frac{m}{v}\gamma_5$. O vértice entre o fóton e os férmions é o conhecido vértice da eletrodinâmica quântica $-ie\gamma^\mu$. A regra de Feynman para *loops* diz que devemos percorrer o *loop* no sentido anti-horário e multiplicar todos os propagadores e vértices em ordem. Como o momento do férmion no *loop* é um parâmetro livre, para obter o elemento de matriz $\mathcal{M}_{\text{linear}}^{\mu\nu}$ devemos somar todas as possibilidades de k , ou seja, integrar em d^4k . Esse procedimento deve ser seguido para cada diagrama. Para os dois *loops* da Eq. (B1),

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{linear}}^{\mu\nu} = & \frac{me^2}{v} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[\frac{i}{\not{k} - \not{q}_1 - m} \gamma^\mu \frac{i}{\not{k} - m} \gamma^\nu \frac{i}{\not{k} + \not{q}_2 - m} \gamma_5 \right] \\ & + \frac{me^2}{v} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[\frac{i}{\not{k} - \not{q}_2 - m} \gamma^\nu \frac{i}{\not{k} - m} \gamma^\mu \frac{i}{\not{k} + \not{q}_1 - m} \gamma_5 \right]. \end{aligned} \quad (B2)$$

Com o auxílio das identidades [11]

$$\left. \begin{aligned} \frac{i}{\not{k} - m} &= \frac{i(\not{k} + m)}{k^2 - m^2} \\ \text{Tr} \left[(\not{k} - \not{q}_1 + m) \gamma^\mu (\not{k} + m) \gamma^\nu (\not{k} + \not{q}_2 + m) \right] &= 4im\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_{1\rho} q_{2\sigma} \\ \text{Tr} \left[(\not{k} - \not{q}_2 + m) \gamma^\nu (\not{k} + m) \gamma^\mu (\not{k} + \not{q}_1 + m) \right] &= 4im\varepsilon^{\nu\mu\rho\sigma} q_{1\rho} q_{2\sigma} \end{aligned} \right\}, \quad (B3)$$

a Eq. (B2) se reduz a

$$\mathcal{M}^{\mu\nu} = \frac{me^2}{v} 8m\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_{1\rho} q_{2\sigma} C_0(m^2). \quad (B4)$$

onde [49],

$$C_0(m^2) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{[(k - q_1)^2 - m^2][k^2 - m^2][(k^2 + q_2^2 - m^2)]} \quad (\text{B5})$$

$$\approx -\frac{i}{32m\pi^2}.$$

A expressão para o elemento de matriz é simplesmente

$$\mathcal{M}_{\text{linear}}^{\mu\nu} = \frac{ie^2}{2\pi^2 v} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_{1\rho} q_{2\sigma} = i\Gamma^{\mu\nu}, \quad (\text{B6})$$

onde $\Gamma^{\mu\nu}$ é o vértice efetivo dessa interação. Podemos nos perguntar qual a forma da interação gerada por ele. A resposta a essa pergunta vem ao identificarmos qual a forma do termo da lagrangiana efetiva que surge da ação efetiva

$$\Gamma^{aAA} = \int dx \mathcal{L}_{\text{efetiva}}. \quad (\text{B7})$$

A relação entre a ação efetiva e o vértice da interação pode ser escrita como [49]

$$\Gamma^{aAA} = \frac{1}{2!} \int dx dy dz i\Gamma^{\mu\nu} a(x) A(y) A(z), \quad (\text{B8})$$

onde o fator $1/2!$ existe para que não haja a contagem dupla dos estados finais, já que há uma simetria entre os fótons. Nosso objetivo é mostrar que

$$\mathcal{L}_{\text{efetiva}} = \frac{b}{2} a F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \quad (\text{B9})$$

é compatível com a ação efetiva e com isso poderemos determinar a constante b . Substituindo a Eq. (B9) na Eq. (B7) obtém-se

$$\int dx \mathcal{L}_{\text{efetiva}} = \int dx \frac{b}{2} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} a(x) F_{\mu\nu}(x) F_{\rho\sigma}(x). \quad (\text{B10})$$

Usando a definição do tensor eletromagnético e a propriedade antissimétrica de $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$,

$$\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu}(x) F_{\rho\sigma}(x) = 4\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \partial_\mu A_\nu(x) \partial_\rho A_\sigma(x). \quad (\text{B11})$$

Após a substituição da Eq. (B11) na Eq. (B10), reescrever $a(x)$, $\partial_\mu A_\nu(x)$ e $\partial_\rho A_\sigma(x)$ em termos de suas transformadas de Fourier¹² acaba por simplificar o problema. Para os casos onde não há problema na troca da ordem de integração, a Eq. (B10) pode ser reorganizada como

$$\int dx \mathcal{L}_{\text{efetiva}} = \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q_2}{(2\pi)^4} 2b\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \times \left(dx e^{i(q+q_1+q_2)\cdot x} \right) \tilde{a}(q) i q_{1\mu} \tilde{A}_\nu(q_1) i q_{2\sigma} \tilde{A}_\rho(q_2). \quad (\text{B12})$$

O termo entre parênteses é o delta de Dirac tetra-dimensional, o que reduz nossa integral a

$$\Gamma^{aAA} = -\frac{i}{2!} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 q_2}{(2\pi)^4} (-4ib\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_{1\mu} q_{2\sigma}) \times (2\pi)^4 \delta^4(q+q_1+q_2) \tilde{a}(q) \tilde{A}_\nu(q_1) \tilde{A}_\rho(q_2). \quad (\text{B13})$$

A comparação entre as Eqs. (B8) e (B13) implica que o termo entre colchetes é o vértice efetivo. A constante b é dada por

$$b = -\frac{e^2}{16\pi^2 v_\varphi}. \quad (\text{B14})$$

Vemos, portanto que a interação entre dois fótons e o pseudo-escalar corresponde a um vértice efetivo dado pelo termo local

$$\mathcal{L}_{aAA} = ba F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} = -\frac{e^2}{16\pi^2 v_\varphi} a F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}. \quad (\text{B15})$$

Apêndice C: Probabilidade de Transição

Neste Apêndice, vamos encontrar a probabilidade de transição $P_{\gamma a}$ partindo das equações de movimento (12) e (13). Substituindo os *ansätze* (14) e (15) nas equações de movimento, obtemos

$$[(\omega^2 + \partial_z^2)\mathbb{1} + \mathcal{M}] e^{i(kz - \omega t)} |\psi(z)\rangle, \quad (\text{C1})$$

onde, \mathcal{M} é chamada de matriz das massas e é dada por

$$\mathcal{M} \equiv \begin{pmatrix} 0 & -ig_{a\gamma}\omega B \\ ig_{a\gamma}\omega B & m_a \end{pmatrix}, \quad (\text{C2})$$

e o ket $|\psi(z)\rangle$ é a composição dos campos a e A_{\parallel}

$$|\psi(z)\rangle \equiv \begin{pmatrix} A_{\parallel}(z) \\ a(z) \end{pmatrix} = |A_{\parallel}(z)\rangle + |a(z)\rangle. \quad (\text{C3})$$

No limite ultrarrelativístico, $|m_a^2| \ll \omega^2$ implica que $k \sim \omega$. Para campos $a(z)$ e $A_{\parallel}(z)$ que variam muito lentamente no espaço, pode-se utilizar a seguinte linearização [54]

$$\omega^2 + \partial_z^2 = (\omega + i\partial_z)(\omega - i\partial_z) = (\omega + k)(\omega + i\partial_z) \approx 2\omega(\omega + i\partial_z), \quad (\text{C4})$$

e a Eq. (C1) pode ser reescrita como

$$(i\partial_z + K) |\psi(z)\rangle = 0, \quad (\text{C5})$$

onde,

$$K \equiv \begin{pmatrix} \omega & -\frac{1}{2}ig_{a\gamma}B \\ \frac{1}{2}ig_{a\gamma}B & \omega - \frac{m_a^2}{2\omega} \end{pmatrix}. \quad (\text{C6})$$

Como a matriz K não depende do parâmetro z , as soluções da Eq. (C5) devem ter a forma

$$|\psi(z)\rangle = e^{iKz} |\psi(0)\rangle, \quad (\text{C7})$$

onde, identificamos e^{iKz} como o propagador e $|\psi(0)\rangle$ pode ser tomado como o estado inicial do sistema. Se queremos fótons que se transformam em ALPs, é necessário que tenhamos como estado inicial

$$|\psi(0)\rangle \equiv |A_{\parallel}\rangle. \quad (\text{C8})$$

Em termos da base de estados $\{|A_{\parallel}\rangle, |a\rangle\}$ a matriz K possui os autovalores e autovetores

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{\pm} &= \omega - \frac{m_a^2}{4\omega} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{4\omega} \\ |\lambda_{\pm}\rangle &= \frac{(m_a^2 + \sqrt{\Delta}) |A_{\parallel}\rangle \pm 2i\omega g_{a\gamma}B |a\rangle}{\sqrt{2\Delta - 2m_a^2\sqrt{\Delta}}} \end{aligned} \right\}, \quad (\text{C9})$$

onde definimos $\Delta = m_a^4 + 4g_{a\gamma}^2\omega^2 B^2$. A existência de λ_{\pm} e $|\lambda_{\pm}\rangle$ nos permite reescrever K como $K = SDS^{-1}$, onde D é a matriz diagonal com os autovalores de K , S é a matriz construída dos autovetores de K como suas colunas e S^{-1} é a inversa de S , ou seja, $SS^{-1} = \mathbb{1}$. Substituindo a expressão para K no propagador, temos

$$e^{iKz} = \begin{pmatrix} |\lambda_+\rangle & |\lambda_-\rangle \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\lambda_+z} & 0 \\ 0 & e^{i\lambda_-z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\lambda_+\rangle & |\lambda_-\rangle \end{pmatrix}^{-1}. \quad (\text{C10})$$

A probabilidade de transição $\gamma \rightarrow a$ pode ser calculada com o auxílio do postulado da mecânica quântica para vetores normalizados, e também das Eqs. (C7) e (C8)

$$\begin{aligned} P_{\gamma a} &= |\langle a(z) | e^{iKz} | A_{\parallel}(z) \rangle|^2 \\ &= \mathcal{A}^2(\omega) \sin\left(\frac{\beta}{\mathcal{A}(\omega)}\right), \end{aligned} \quad (\text{C11})$$

onde, definimos

$$\beta \equiv \frac{g_{a\gamma} B z}{2}, \quad \mathcal{A}(\omega) \equiv \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{m_a^2}{2g_{a\gamma}\omega B}\right)^2}} \quad \text{e} \quad z = N_m L, \quad (\text{C12})$$

sendo N_m o número de magnetos em cada cavidade do experimento e L o tamanho deles.

Apêndice D: Radiação Síncrotron

Seja O a origem do referencial e, por conveniência, também o centro da trajetória circular que os elétrons percorrem. Seja P o ponto de observador, que assumiremos estar longe da origem. O vetor posição do observação é constante e denotado por \mathbf{x} . Seja $\mathbf{r}(t')$ o vetor posição do elétron observado, onde t' é chamado de tempo retardado.

O tempo t' é importante porque a luz viaja com velocidade finita. Um evento observado em P no tempo t teve origem em $\mathbf{r}(t')$, sendo que a relação entre as duas medidas de tempo pode ser lida da Figura 7 como

$$t = t' + \frac{R(t')}{c}, \quad (\text{D1})$$

onde, $R(t') \equiv |R(t')\hat{\mathbf{n}}| = |\mathbf{x} - \mathbf{r}(t')|$ é o módulo da distância entre a carga no tempo t' e o observador no tempo t .

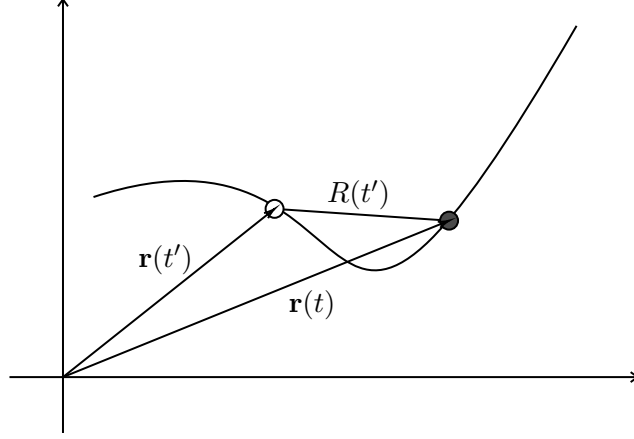


Figura 7: Relação entre a posição retardada $\mathbf{r}(t')$ e a posição real da partícula $\mathbf{r}(t)$. A distância $R(t')$ é definida pelo arranjo da figura.

Uma forma de encontrar a radiação espectral é através dos potenciais de Liénard-Wiechert [41]

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \left[\frac{e}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \hat{\mathbf{n}})R} \right]_{\text{ret}} \quad \text{e} \quad \mathbf{A}(t) = \left[\frac{e\boldsymbol{\beta}}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \hat{\mathbf{n}})R} \right]_{\text{ret}}, \quad (\text{D2})$$

onde, $\boldsymbol{\beta} \equiv \mathbf{v} = d\mathbf{r}(t')/dt'$ é a tri-velocidade da carga. O subscrito ret indica que as quantidades entre colchetes devem ser avaliadas no tempo retardado.

Os campos eletromagnéticos gerados por essas cargas podem ser calculados das relações para $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ e $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ em termos dos potenciais. O resultado é

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) &= e \left[\frac{\hat{\mathbf{n}} - \boldsymbol{\beta}}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \hat{\mathbf{n}})^3 R^2} \right]_{\text{ret}} + \frac{e}{c} \left[\frac{\hat{\mathbf{n}} \times ((\hat{\mathbf{n}} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}})}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \hat{\mathbf{n}})^3 R} \right]_{\text{ret}} \\ \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) &= [\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)]_{\text{ret}} \end{aligned} \right\}, \quad (\text{D3})$$

onde, $\dot{\boldsymbol{\beta}} \equiv \mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt'$ é a tri-aceleração da partícula.

Note que os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} se dividem naturalmente em um termo cuja intensidade decai como $1/R^2$ e outro como $1/R$. Para pontos de observação longe da origem, podemos esperar que o termo linearmente dependente da aceleração domine. Nesse regime os termos $\propto 1/R^2$ podem ser desprezados.

A potência dP detectada pelo observador no ângulo sólido $d\Omega$ em torno do ponto P , que está a uma distância R da fonte é dada por [55]

$$dP = R^2 [\mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{n}}]_{\text{ret}} d\Omega, \quad (\text{D4})$$

onde, $[\mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{n}}]_{\text{ret}}$ é a componente radial do vetor de Poynting, interpretada como o fluxo de energia na direção radial, calculado no tempo retardado.

Até agora esta discussão considerou um elétron num movimento acelerado arbitrário. Convém restringir o escopo para um conjunto de parâmetros relacionado aos síncrotrons. Os elétrons são ultrarrelativísticas, portanto $\beta \approx 1$. Além disso, queremos partículas que se movem em trajetórias circulares. Essas considerações nos levam a

$$\frac{dP(t')}{d\Omega} = \frac{2 e^2}{\pi c^3} \gamma^6 \frac{|\dot{\mathbf{v}}|^2}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^3} \left[1 - \frac{4\gamma^2 \theta^2 \cos^2 \phi}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^2} \right]. \quad (\text{D5})$$

onde, $\gamma \equiv (1 - \beta^2)^{1/2} \ll 1$ nesse regime.

Com essa expressão, vemos que a potência irradiada é mais expressiva quando $\phi \rightarrow \pi/2$ e $\theta \rightarrow 0$. Essa região angular forma um cone estreito em torno da direção da velocidade instantânea da partícula no tempo t' .

Dessa análise, fica claro que as melhores regiões para a detecção dos fótons são as linhas tangentes ao anel de armazenamento. Outra característica importante para o nosso experimento é que os feixes de luz emitidos são altamente colimados nessas direções.

Para a determinação do número de fótons por unidade de tempo é preciso saber qual a distribuição de energia na região do experimento. Para tal, devemos analisar a expressão para a potência irradiada por unidade de ângulo sólido na região do observador em seu próprio tempo,

$$\frac{dP(t)}{d\Omega} = |\mathbf{A}(t)|^2, \quad (\text{D6})$$

onde, de acordo com a Eq. (D4), definimos

$$\mathbf{A}(t) = \sqrt{\frac{c}{4\pi}} [R\mathbf{E}]_{\text{ret}}. \quad (\text{D7})$$

Consideraremos que o observador está longe o suficiente para que a região do espaço na qual a partícula sofre a aceleração compreenda apenas um pequeno elemento de ângulo sólido no ponto de observação.

A energia total irradiada por unidade de ângulo sólido é

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{d}{d\Omega} \int_{-\infty}^{\infty} P(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dP(t)}{d\Omega} dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{A}(t)|^2 dt. \quad (\text{D8})$$

Com o auxílio da transformada de Fourier de $\mathbf{A}(t)$, a energia total por unidade de ângulo sólido em termos da frequência é

$$\begin{aligned} \frac{dW}{d\Omega} &= \int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{A}(\omega)|^2 d\omega \\ &= \int_0^{\infty} d\omega (|\mathbf{A}(-\omega)|^2 + |\mathbf{A}(\omega)|^2) \\ &\equiv \int_0^{\infty} \frac{d^2 I(\omega, \hat{\mathbf{n}})}{d\omega d\Omega} d\omega. \end{aligned}$$

Da última igualdade, pode-se ver que

$$\frac{d^2 I(\omega, \hat{\mathbf{n}})}{d\omega d\Omega} \equiv |\mathbf{A}(-\omega)|^2 + |\mathbf{A}(\omega)|^2, \quad (\text{D9})$$

onde, $I(\omega, \hat{\mathbf{n}})$ é a energia irradiada por revolução. Na Ref. [41] mostra-se que a integral sobre todos os ângulos da Eq. (D9) resulta na densidade espectral. Para o caso onde a energia é composta de fótons, é preciso dividir o resultado pela sua energia, que em unidades naturais é ω . A densidade espectral é

$$n(\omega) \equiv \frac{dI}{d\omega} = \mathcal{F}_0 \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{5/3}(x) dx, \quad (\text{D10})$$

onde, a frequência característica do síncrotron ω_c e a constante \mathcal{F}_0 são determinadas pelos parâmetros do síncrotron e das partículas que são aceleradas, tal que [41]

$$\mathcal{F}_0 \equiv \frac{4\pi}{3\rho} \left(\frac{E}{m_e} \right)^4 \quad \text{e} \quad \omega_c \equiv \frac{3}{2\rho} \left(\frac{E}{m_e} \right)^3,$$

com ρ o raio efetivo da órbita e E a energia dos elétrons. O integrando é composto pela conhecida função modificada de Bessel de segunda ordem. Em unidades práticas [fótons /s /mrad /0,1% bw], a densidade de fluxo é dada por [56]

$$\frac{dF(y)}{d\theta} = 4,914 \times 10^{13} E[\text{GeV}] I[\text{A}] N y \int_y^{\infty} K_{5/3}(y') dy', \quad (\text{D11})$$

onde, E é a energia dos elétrons no anel de armazenamento, I é a corrente gerada por eles, N é o número de períodos na estrutura do *wiggler*, $y = \omega/\omega_c$ é a razão entre a frequência e a frequência crítica, e novamente, $K_{5/3}$ é a equação de Bessel. Essa expressão é utilizada nos cálculos computacionais para extrair a densidade espectral.

Apêndice E: Programa em Python

```

1 from scipy.special import kv
2 from scipy.optimize import fsolve
3 from math import sqrt, sin, log10
4 from gaussxw import gaussxwab
5 from gaussxw import gaussxw
6
7 order = 5.0 / 3.0 # ordem da função de Bessel
8 E = 3.0          # energia dos elétrons em GeV
9 w_scw = 24584.0 # frequência crítica do SCW60 em eV
10 I_scw = 0.350   # corrente em ampères
11 N_scw = 17.0    # número de períodos do SCW60
12 N = 25          # número de passos na integração gaussiana intermediária
13 a = 0.0         # limite inferior para a integração gaussiana intermediária
14 b = 0.999999999 # limite superior para a integração gaussiana intermediária
15 epsilon = 0.5   # sensibilidade do fotossensor
16 Delta_t = 3.154e+7 # tempo decorrido do experimento em s
17 eta = 1         # refletividade
18 N_gag = 3       # número de eventos
19 N_m = 10        # número de ímãs
20 L_15m = 1       # tamanho de cada ímã
21 omega_1 = 10    # frequência mínima do síncrotron
22 omega_2 = 200000 # máxima
23 N2 = 50         # número de passos na integração gaussiana principal
24
25 #####
26
27 def y_scw(wa):          # omega / omega crítico
28     return wa / w_scw
29
30 def f_scw(xa,z1):      # função de bessel
31     return kv(order, xa/(1-xa) + y_scw(z1)) / (1-xa)**2
32
33 def F(eV):             # fluxo F(w) em 1 / s
34
35     x,w = gaussxw(N)
36     x,v = gaussxwab(N,a,b)
37

```

```

38 xp = 0.5*(b-a)*x + 0.5*(b+a)
39 wp = 0.5*(b-a)*w
40
41 s_scw = 0.0
42
43 for k in range(N):
44     s_scw += w[k] * f_scw(x[k], eV)
45
46 return N_scw * 2.457 * 1e13 * E * I_scw * y_scw(eV) * s_scw
47
48
49 def n(eV):          # densidade espectral n(w) em 1 / (s * eV)
50     return 1e3 * F(eV) / eV
51
52 def w_c(g_10):      # não é o omega crítico do sincrtron
53     return 2.56e3 * m_mueV * m_mueV / (g_10 * B_10T)
54
55 def beta(g_10):     # um número
56     return 0.74e-8 * g_10 * B_10T * N_m * L_15m
57
58 def A(eV, g_10):    # outro número
59     x = 1 / sqrt(1 + (w_c(g_10) / eV)**2)
60     return x
61
62 def P(eV, g_10):    # probabilidade de transição P(w)
63     return A(eV, g_10) * A(eV, g_10) * sin(beta(g_10) / A(eV, g_10)) * sin(beta(g_10)
64         ) / A(eV, g_10))
65
66 def Integral(g_10): # função na encontramos g_10 p/ um dado m_mueV
67     x,w = gaussxw(N2)
68     xp = 0.5 * (omega_2 - omega_1) * x + 0.5 * (omega_2 + omega_1)
69     wp = 0.5 * (omega_2 - omega_1) * w
70     s = 0.0
71
72 for i in range(N2):
73     s += wp[i] * P(xp[i], g_10) * P(xp[i], g_10) * n(xp[i])
74     s *= Delta_t * epsilon / eta
75     return s - N_gag
76

```

```

77 for i in range(3):           # limpa os arquivos antes de escrever
78     open("axion{}.txt".format(i), "w+").close()
79
80 for k in range(10):
81     m_mueV = 10**((110 + k) / 20.0)
82     for j in range(3):
83         with open("axion{}.txt".format(j), "a+") as f:
84             B = 10.0 + 5*j
85             B_10T = B / 10.0
86             x0 = fsolve(Integral, 300000) # comando para encontrar g_10
87             m_a = m_mueV * 1e-6         # m_a em 10^-6 eV
88             g_ag = x0[0] * 1e-10        # g_ag em GeV^-1
89             f.write(str(m_a) + " " + str(g_ag) + " " + str(B) + "\n")
90         f.close()

```

Listing 1: Rotina em Python para gerar os dados para os limites de exclusão no experimento no Sirius

-
- [1] A. Ringwald, [arXiv:1407.0546 \[hep-ph\]](#) .
- [2] J. Jaeckel and A. Ringwald, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* **60**, 405437 (2010).
- [3] A. G. Dias *et al.*, *JHEP* **06**, 037 (2014), [arXiv:1403.5760 \[hep-ph\]](#) .
- [4] M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), *Phys. Rev.* **D98**, 030001 (2018).
- [5] V. Baluni, *Phys. Rev.* **D19**, 2227 (1979).
- [6] Crewther *et al.*, *Phys. Lett.* **88B**, 123 (1979), [Erratum: *Phys. Lett.*91B,487(1980)].
- [7] C. Abel *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 081803 (2020).
- [8] G. G. Raffelt, *Stars as laboratories for fundamental physics* (University of Chicago Press, 1996).
- [9] R. D. Peccei and H. R. Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 1440 (1977).
- [10] M. Kuster, *Axions - Theory, Cosmology and Experimental Searches*, Vol. 741 (2008).
- [11] M. D. Schwartz, *Quantum Field Theory and the Standard Model* (Cambridge University Press, 2014).
- [12] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 223 (1978).
- [13] F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 279 (1978).
- [14] I. G. Irastorza and J. Redondo, *Progress in Particle and Nuclear Physics* **102**, 89159 (2018).
- [15] T. Higaki and F. Takahashi, *Journal of High Energy Physics* **2012** (2012), [10.1007/jhep11\(2012\)125](#).
- [16] A. Ringwald, “Axion dark matter,” (2019), international Institute of Physics, Natal, RN, Brasil.
- [17] A. J. Powell, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2015**, 017017 (2015).
- [18] J. P. Conlon and M. C. D. Marsh, *Physical Review Letters* **111** (2013), [10.1103/physrevlett.111.151301](#).
- [19] M. Meyer, D. Horns, and M. Raue, *Phys. Rev.* **D87**, 035027 (2013), [arXiv:1302.1208 \[astro-ph.HE\]](#) .
- [20] A. De Angelis *et al.*, *Physical Review D* **76** (2007), [10.1103/physrevd.76.121301](#).

- [21] K. Zioutas *et al.* (CAST), *Phys. Rev. Lett.* **94**, 121301 (2005), arXiv:hep-ex/0411033 [hep-ex] .
- [22] V. Anastassopoulos *et al.* (CAST), *Nature Phys.* **13**, 584 (2017), arXiv:1705.02290 [hep-ex] .
- [23] E. Armengaud *et al.*, *JINST* **9**, T05002 (2014), arXiv:1401.3233 [physics.ins-det] .
- [24] E. Armengaud *et al.* (IAXO), *JCAP* **1906**, 047 (2019), arXiv:1904.09155 [hep-ph] .
- [25] T. Dafni *et al.*, in *Proceedings, 37th International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2014): Valencia, Spain, July 2-9, 2014*, Vol. 273-275 (2016) pp. 244–249.
- [26] S. J. Asztalos *et al.*, *Physical Review Letters* **104** (2010), 10.1103/physrevlett.104.041301.
- [27] O. K. Baker *et al.*, *Physical Review D* **85** (2012), 10.1103/physrevd.85.035018.
- [28] D. Horns *et al.*, in *Proceedings, 9th Patras Workshop on Axions, WIMPs and WISPs (AXION-WIMP 2013): Mainz, Germany, June 24-28, 2013* (2013) pp. 81–84, arXiv:1309.4170 [physics.ins-det] .
- [29] T. Braine *et al.* (ADMX), arXiv (2019), arXiv:1910.08638 [hep-ex] .
- [30] A. G. Dias and G. Lugones, *Phys. Lett.* **B673**, 101 (2009), arXiv:0902.0749 [hep-ph] .
- [31] A. D. Spector *et al.*, *Opt. Express* **24**, 9237 (2016), arXiv:1609.08985 [physics.optics] .
- [32] L. N. C. Oliveira *et al.*, *Projeto Sirius: a nova fonte de luz síncrotron brasileira* (Issuu Digital Publishing, 2014).
- [33] H. Georgi, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **43**, 209 (1993).
- [34] S. Roy, “Photon-axion mixing,” (2013), iACS, Kolkata.
- [35] N. Lemos, *Analytical Mechanics* (Cambridge University Press, 2018).
- [36] C. D. R. Carvajal, *Modelos com partículas tipo áxion e o mecanismo seesaw inverso*, Master’s thesis, Universidade Federal do ABC (2015).
- [37] M. B. da Paixão, *Oscilação de partículas pseudoescalares em fótons : análise num experimento com luz síncrotron*, Master’s thesis, Universidade Federal do ABC (2010).
- [38] G. M. Soto *et al.*, *Journal of Physics: Conference Series* **912**, 012039 (2017).
- [39] A. Bharti and N. Goyal, in *Synchrotron Radiation*, edited by D. Joseph (IntechOpen, Rijeka, 2019) Chap. 2.
- [40] L. Rossi, in *Particle accelerator. Proceedings, Conference, PAC 2003, Portland, USA, May 12-16, 2003*, Vol. C030512 (2003) p. 141.
- [41] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics; 2nd ed.* (Wiley, New York, NY, 1975).
- [42] R. Bähre *et al.*, *JINST* **8**, T09001 (2013), arXiv:1302.5647 [physics.ins-det] .
- [43] K. Liss *et al.*, *Nature* **404**, 371 (2000).
- [44] G. Ruoso *et al.*, *Z. Phys.* **C56**, 505 (1992).
- [45] R. N. Mohapatra and S. Nasri, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 050402 (2007), arXiv:hep-ph/0610068 [hep-ph] .
- [46] P. Jain and S. Mandal, *Int. J. Mod. Phys.* **D15**, 2095 (2006), arXiv:astro-ph/0512155 [astro-ph] .
- [47] E. Masso and J. Redondo, *JCAP* **0509**, 015 (2005), arXiv:hep-ph/0504202 [hep-ph] .
- [48] J. Jaeckel *et al.*, in *Proceedings, 41st Rencontres de Moriond, 2006 Contents and structure of the universe: La Thuile, Val d’Aoste, Italy, Mar 18-25, 2006* (2006) pp. 307–310, arXiv:hep-ph/0605313 [hep-ph] .

- [49] A. G. Dias, “Notes on axion/alp - gauge bosons couplings,” (2019), não publicado.
- [50] K. Kumericki, “Feynman diagrams for beginners,” (2016), [arXiv:1602.04182 \[physics.ed-ph\]](#) .
- [51] J. Quevillon and C. Smith, *The European Physical Journal C* **79** (2019), [10.1140/epjc/s10052-019-7304-4](#).
- [52] A. Grozin, (2005), [arXiv:hep-ph/0508242 \[hep-ph\]](#) .
- [53] J. C. Romão, “Modern Techniques for One-Loop Calculations,” (2019).
- [54] G. Raffelt and L. Stodolsky, *Phys. Rev.* **D37**, 1237 (1988).
- [55] D. J. Griffiths, *Introduction to electrodynamics; 4th ed.* (Pearson, Boston, MA, 2013) re-published by Cambridge University Press in 2017.
- [56] S. Hulbert and J. Weber, *Nucl. Instrum. Meth. A* **319**, 25 (1992).