

Trabalho de Conclusão de Curso

Fonte de Estados Comprimidos em Polarização

Eduardo da Costa Lima^{1,*} and Breno Marques Gonçalves Teixeira (orientador)^{1,†}

¹*Centro de Ciências Naturais e Humanas,
Universidade Federal do ABC, Santo André-SP, Brasil*

Estados quânticos da luz têm recebido cada vez mais atenção por sua utilidade em processos como informação quântica e computação quântica. Uma das especificidades da mecânica quântica é a existência de flutuações intrínsecas de qualquer medida realizada. Portanto, este projeto se debruçou para estudar os estados da luz e como pode ser feita a compressão dessas flutuações em uma das medidas. Também foi estudado como este processo de compressão pode ser feito tanto em quadraturas, sejam elas de posição e momento, ou intensidade e fase, ou em polarização de um feixe de luz, fazendo um análogo com a mecânica clássica. Também foram abordadas ferramentas matemáticas para se entender estes processos, bem como algumas variações de como gerar os estados estudados. Por fim, o conhecimento adquirido foi aplicado em estados de vácuo em polarização, para entender quais são suas características e como é possível gerar compressão em seus operadores de Stokes.

1. INTRODUÇÃO

A luz sempre foi um grande objeto de estudo na física, desde a teoria clássica formalizada pelas leis de Maxwell em 1865, até a formulação da Teoria da Relatividade Geral por Einstein em 1905, em que em ambos a caracterização luz era de extrema importância. Já na Mecânica Quântica, o segmento que estuda as propriedades da luz se chama Óptica Quântica, consolidado em 1960 com a criação do Laser, que agrupa trabalhos que estudam a interação da luz com a matéria.

Com o passar das décadas, o desenvolvimento da Óptica Quântica se tornou mais robusto, e acaba se mostrando uma importante base para confirmação e aplicação de fenômenos quânticos. A luz coerente, grande objeto de estudo, tem aplicações relevantes em diversos segmentos da sociedade, como na Teoria de Informação, em que a junção de luz coerente e estados emaranhados originam o segmento de Informação e Criptografia Quântica [1], com aplicações em comunicação

*Electronic address: lima.eduardo@aluno.ufabc.edu.br

†Electronic address: breno.marques@ufabc.edu.br

quântica via satélite [2] e em supremacia quântica em computadores [3]. Além disso, as aplicações se estendem à área da medicina [4] e sequenciamentos de DNA [5].

Em especial, este trabalho se propõe a estudar a parte da Óptica Quântica que se refere a compressão de ruído, isto é, compressão de uma das incertezas, no princípio de incerteza de Heisenberg, abaixo de um estado de mínima incerteza. Essa abordagem pode ser utilizada em medições de alta precisão em campos de sinais fracos, como foi o caso da detecção de ondas gravitacionais [6, 7], ou então para metrologia quântica [8–10], o que demonstra que é uma área ainda pouco explorada e muito promissora.

Para entender melhor este fenômeno serão apresentados conceitos básicos como Base de Fock e estados coerentes, imprescindíveis para o entendimento geral do projeto. Serão então caracterizados estados comprimidos da luz, mostrando formas de geração e detecção destes. Então é realizada uma breve introdução em óptica não-linear e demonstrando no final como a utilização desta é de grande ajuda na caracterização de estados comprimidos em polarização. Por fim, são feitas simulações das compressões em relação a dois parâmetros de Stokes em função do número de fótons do sistema.

2. REVISÃO TEÓRICA

2.1. Base de Fock

Primeiro introduz-se alguns operadores que serão de grande interesse para o desenvolvimento dos próximos cálculos. Sendo \hat{x} e \hat{p} os análogos quânticos das coordenadas generalizadas de posição e momento, em que o chapéu denota que se trata de um operador, é possível apresentar os operadores de aniquilação \hat{a} e criação \hat{a}^\dagger :

$$\hat{a} = \sqrt{\frac{1}{2m\hbar\omega}}(m\omega\hat{x} + i\hat{p}), \quad (1)$$

$$\hat{a}^\dagger = \sqrt{\frac{1}{2m\hbar\omega}}(m\omega\hat{x} - i\hat{p}). \quad (2)$$

Que reescrevem um hamiltoniano de oscilador harmônico $\hat{H} = \hat{p}^2/2m + \omega^2 m\hat{x}^2/2$ para $\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger\hat{a} + 1/2)$. Estes operadores são não-hermitianos, portanto os possíveis autovalores destes operadores serão complexos. Sua relação de comutação é dada por $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$.

Ambos serão de grande importância para cálculos com o campo eletromagnético. Então introduz-se a base de Fock. A base de Fock $|n\rangle$ é determinada em relação ao número de excitações (n) presentes em um determinado campo. Esta base é de grande utilidade quando se trata de campos quantizados, como osciladores harmônicos, uma vez que tem a possibilidade de

representar seu estado de vácuo (ausente de qualquer excitação).

A relação dos operadores de aniquilação \hat{a} e criação \hat{a}^\dagger com esta base é dada por:

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle, \quad (3)$$

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle, \quad (4)$$

$$\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle, \quad (5)$$

$$\hat{n} = \hat{a}^\dagger\hat{a}. \quad (6)$$

Em que o operador criação adiciona uma excitação no estado $n \rightarrow n+1$ enquanto o operador aniquilação $n \rightarrow n-1$ retira uma excitação, a menos de uma constante. Também é importante ressaltar que a base de Fock é uma base de autoestados do operador hamiltoniano, de modo que:

$$H|n\rangle = E_n|n\rangle. \quad (7)$$

2.2. Quantização do campo EM

Para realizar a quantização do campo eletromagnético primeiro é preciso pensar na forma de quantização do campo. Pode-se, por exemplo, imaginar que as ondas eletromagnéticas representam ondas estacionárias dentro de uma caixa de volume V . Tomaremos então que cada fóton presente no campo representa uma excitação no oscilador harmônico.

Partindo então das equações do eletromagnetismo, temos que tanto o campo elétrico \mathbf{E} quanto magnético \mathbf{B} precisam satisfazer a equação da onda dada por:

$$\nabla^2\mathbf{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial t^2} = 0, \quad \nabla^2\mathbf{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (8)$$

Sendo \mathbf{E} e \mathbf{B} escritos em função do potencial vetor magnético \mathbf{A} , com transformação de calibre de Coulomb, teremos que \mathbf{A} também deve satisfazer a equação de onda, sendo possível escrever sua solução como sobreposição de ondas planas [11]:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}, s} \mathbf{e}_{\mathbf{k}s} [A_{ks} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega_k t)} + A_{ks}^* e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega_k t)}]. \quad (9)$$

Em que $\mathbf{e}_{\mathbf{k}s}$ é um vetor real de polarização, em que a soma em \mathbf{k} representa a soma nos modos de propagação e em s a soma nas duas polarizações independentes e ortogonais ao modo de propagação, os termos A_{ks} e A_{ks}^* representam as amplitudes das ondas.

Dada a solução para o potencial vetor $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$, reescrevemos então os campos elétrico e

magnético:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = i \sum_{\mathbf{k}, s} \omega_k \mathbf{e}_{\mathbf{k}s} [A_{\mathbf{k}s} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_k t)} - A_{\mathbf{k}s}^* e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_k t)}], \quad (10)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{i}{c} \sum_{\mathbf{k}, s} \omega_k \left(\frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \times \mathbf{e}_{\mathbf{k}s} \right) [A_{\mathbf{k}s} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_k t)} - A_{\mathbf{k}s}^* e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_k t)}]. \quad (11)$$

Usando a Hamiltoniana total do sistema, que é dada pela parte do meio da equação 12, enquanto a parte direita representa a substituição já comentada, tem-se:

$$H = \frac{1}{2} \int_V (\epsilon_0 \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}) dV = 2\epsilon_0 V \sum_{\mathbf{k}} \omega_k^2 A_{\mathbf{k}s} A_{\mathbf{k}s}^*. \quad (12)$$

Comparando o resultado obtido em 12 com a Hamiltoniana de um oscilador harmônico quântico:

$$\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2}). \quad (13)$$

Ficam claras as possíveis relações de quantização:

$$A_{\mathbf{k}s} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0 V \omega_k}} \hat{a}_{\mathbf{k}s}, \quad (14)$$

$$A_{\mathbf{k}s}^* = \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0 V \omega_k}} \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger. \quad (15)$$

com

$$\hat{a}_{\mathbf{k}s} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_k}} (\omega_k \hat{x}_{\mathbf{k}s} + i\hat{p}_{\mathbf{k}s}), \quad (16)$$

$$\hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_k}} (\omega_k \hat{x}_{\mathbf{k}s} - i\hat{p}_{\mathbf{k}s}). \quad (17)$$

$$(18)$$

Que tem as mesmas relações de comutação que os operadores já apresentados. Agora é possível escrever todos os componentes do campo eletromagnético de forma quantizada:

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}, s} \sqrt{\frac{\hbar\omega_k}{2\epsilon_0 V}} \mathbf{e}_{\mathbf{k}s} [\hat{a}_{\mathbf{k}s} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_k t)} + \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_k t)}], \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = i \sum_{\mathbf{k}, s} \omega_k \sqrt{\frac{\hbar\omega_k}{2\epsilon_0 V}} \mathbf{e}_{\mathbf{k}s} [\hat{a}_{\mathbf{k}s} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_k t)} - \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_k t)}], \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) = \frac{i}{c} \sum_{\mathbf{k}, s} \omega_k \sqrt{\frac{\hbar\omega_k}{2\epsilon_0 V}} \left(\frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \times \mathbf{e}_{\mathbf{k}s} \right) [\hat{a}_{\mathbf{k}s} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_k t)} - \hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_k t)}]. \quad (21)$$

Estes campos quantizados serão necessários para visualização da utilidade dos estados coerentes e também para a descrição da óptica não-linear.

2.3. Estados coerentes

Introduz-se um estado coerente $|\alpha\rangle$ como um autovetor do operador aniquilação, com relação dada por:

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle. \quad (22)$$

Tem-se que este estado representa o estado quântico mais próximo dos estados clássicos. Para isso podemos escrever este estado na base de Fock:

$$|\alpha\rangle = \sum_n C_n |n\rangle. \quad (23)$$

Em que C_n representa o produto interno entre o estado coerente e o estado de Fock. Aplicando o operador aniquilação em ambos os lados da equação chega-se nas relações:

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle = \alpha \sum_n C_n |n\rangle, \quad (24)$$

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \sum_{n=1} C_n \sqrt{n} |n-1\rangle. \quad (25)$$

Comparando as duas equações, é possível encontrar uma relação entre C_n e C_{n-1} de modo que:

$$\alpha C_{n-1} = C_n \sqrt{n}. \quad (26)$$

Criando assim uma relação de recorrência para C_n :

$$C_n = \frac{\alpha}{\sqrt{n}} C_{n-1} = \frac{\alpha^2}{\sqrt{n(n-1)}} C_{n-2} = \dots = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} C_0. \quad (27)$$

Agora sendo possível escrever o estado coerente em função desta constante C_0 :

$$|\alpha\rangle = C_0 \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (28)$$

Pode-se também descobrir o valor de C_0 , uma vez que é imposto a normalização do autoestado:

$$\langle\alpha|\alpha\rangle = C_0^* C_0 \sum_n \sum_{n'} \frac{\alpha^{*n} \alpha^{n'}}{\sqrt{n!n!}} \langle n'|n\rangle = 1. \quad (29)$$

O produto interno entre n' e n só será diferente de zero caso $n = n'$, portanto junta-se todos componentes n com n' , obtendo assim a expansão em série da função exponencial de $|\alpha|^2$. Com isso chega-se finalmente ao estado coerente escrito em função da base de Fock:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=0} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (30)$$

A fim de demonstrar que este estado é o mais próximo de um estado clássico, toma-se então o valor médio do campo elétrico, já quantizado, no estado coerente. Para simplificar aplicaremos em apenas um modo de propagação e desprezando a polarização do campo.

$$\langle \alpha | \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) | \alpha \rangle = i\omega \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}} [\alpha e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} - \alpha^* e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}]. \quad (31)$$

Como α é um número complexo, podemos escreve-lo em sua forma polar $\alpha = |\alpha|e^{i\theta}$, então diminuindo a expressão do valor médio para:

$$\langle \alpha | \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) | \alpha \rangle = -2|\alpha|\omega \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}} \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \theta). \quad (32)$$

Como a função seno é uma função ímpar, podemos levar o sinal de menos para dentro da função, de modo que:

$$\langle \alpha | \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) | \alpha \rangle = 2|\alpha|\omega \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}} \sin(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \theta). \quad (33)$$

O que se parece bastante com um campo elétrico clássico monocromático.

Podemos mostrar também que o estado coerente é um estado de mínima incerteza, isto é, a incerteza dada pelo nível de menor excitação (estado de vácuo) será igual a qualquer outra incerteza relacionada a outro nível de excitação.

Para isso toma-se a incerteza do campo elétrico:

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sqrt{\langle \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) \rangle - \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \rangle^2} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}}. \quad (34)$$

Portanto, independente de \mathbf{r} e t a incerteza do campo elétrico será sempre constante.

O mesmo cálculo pode ser feito para o campo magnético, de modo a encontrar:

$$\Delta \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}}. \quad (35)$$

Assim, mostra-se que os estados coerentes são a base da óptica quântica, sendo extensamente utilizados em laboratório por sua incerteza constante.

Pode-se também introduzir dois novos operadores que serão de grande utilidade quando se for falar de compressão de ruído. Os operadores de quadratura são definidos como a soma, e subtração, de dois outros operadores a menos de uma constante. Sejam estes outros operadores os já conhecidos aniquilação e criação. Teremos assim os operadores de quadratura definidos por:

$$\hat{X}_1 = \frac{1}{2}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (36)$$

$$\hat{X}_2 = \frac{1}{2i}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger). \quad (37)$$

Calculando a incerteza destes operadores nos estados coerentes, teremos que estes representam estados de mínima incerteza em ambos operadores:

$$\Delta \hat{X}_1 = \frac{1}{2} = \Delta \hat{X}_2 \implies \Delta \hat{X}_1 \Delta \hat{X}_2 = \frac{1}{4}. \quad (38)$$

Isso ocorre tanto pelo fato que um operador avaliado no estado coerente apresentará sua incerteza semelhante ao vácuo, como pela própria definição do princípio da incerteza de Heisenberg, dada por:

$$(\Delta \hat{A})^2 (\Delta \hat{B})^2 \geq \frac{1}{4} |\langle \hat{C} \rangle|^2. \quad (39)$$

Em que \hat{A} e \hat{B} são dois operadores genéricos que têm sua relação de comutação dada por $[\hat{A}, \hat{B}] = i\hat{C}$. Como a relação de comutação entre os dois operadores de quadratura é $[\hat{X}_1, \hat{X}_2] = \frac{i}{2}$, uma vez que $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$, o princípio da incerteza destes operadores resultaria em uma constante, mas com o sinal de maior igual. Assim, é possível dizer que sempre que dois operadores têm relação de comutação igual a uma constante, então existirá um par de quadraturas semelhante ao que acontece com posição e momento.

Os operadores de quadratura aparecerão novamente na detecção de estados comprimidos, uma vez que são estes que são medidos em laboratório.

3. ESTADOS COMPRIMIDOS

Utilizando a expressão que dita o princípio de incerteza de Heisenberg, define-se um estado comprimido aquele que obedece uma das relações:

$$(\Delta \hat{A})^2 < \frac{1}{2} |\langle \hat{C} \rangle| \quad \text{ou} \quad (\Delta \hat{B})^2 < \frac{1}{2} |\langle \hat{C} \rangle|. \quad (40)$$

Teremos quadraturas comprimidas em estados quânticos da luz caso satisfaça:

$$(\Delta \hat{X}_1)^2 < \frac{1}{4} \quad \text{ou} \quad (\Delta \hat{X}_2)^2 < \frac{1}{4}. \quad (41)$$

Para um estado coerente isso se mostra muito mais evidente. Uma forma mais palatável de observar tal efeito é tido na figura 1.

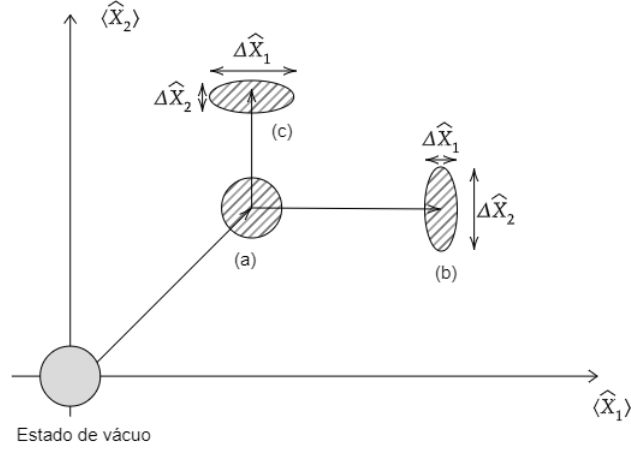


FIG. 1: Representação dos estados comprimidos. Em (a) tem-se um estado coerente (sem compressão). Em (b) um estado com compressão na quadratura \hat{X}_1 , e em (c) uma compressão na quadratura \hat{X}_2 .

Matematicamente, para definir um estado comprimido utiliza-se de um operador unitário compressão:

$$\hat{S}(\xi) = \exp\left(\frac{1}{2}(\xi^* \hat{a}^2 - \xi \hat{a}^{\dagger 2})\right) \text{ com } \xi = r e^{i\theta}. \quad (42)$$

Em que r é chamado de parâmetro de compressão, variando de zero a infinito e θ sendo o ângulo desta compressão no espaço de fase, variando de 0 a 2π .

Podemos então escrever um estado comprimido da forma:

$$|\psi_s\rangle = \hat{S}(\xi) |\psi\rangle. \quad (43)$$

Sendo $|\psi_s\rangle$ o estado comprimido e $|\psi\rangle$ um estado genérico. Outra forma, mais geral, de se denotar um estado comprimido e em função da base de Fock é utilizando o operador unitário deslocamento :

$$\hat{D}(\alpha) = e^{\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a}}. \quad (44)$$

Em que α é definido como o tamanho do deslocamento no espaço de fase. Sendo assim este operador leva de um estado de vácuo $|0\rangle$ para um outro estado. Juntando agora os conceitos do operador de compressão e deslocamento, teremos um estado comprimido geral criado a partir do estado de vácuo:

$$|\alpha, \xi\rangle = \hat{D}(\alpha) \hat{S}(\xi) |0\rangle. \quad (45)$$

Veja que para um valor de $\xi = 0$ a equação retorna a um estado coerente $|\alpha\rangle$.

Também é possível rotacionar em um ângulo θ estas elipses no espaço de fase a partir da matriz de rotação:

$$\begin{pmatrix} \hat{Y}_1 \\ \hat{Y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{X}_1 \\ \hat{X}_2 \end{pmatrix} \quad (46)$$

Com θ sendo o mesmo parâmetro utilizado na equação 42. Deste modo é possível representar qualquer estado comprimido.

Um exemplo para melhor visualização da ação de compressão em um estado é observar o comportamento do valor médio do campo elétrico em um estado comprimido, visto na figura 2.

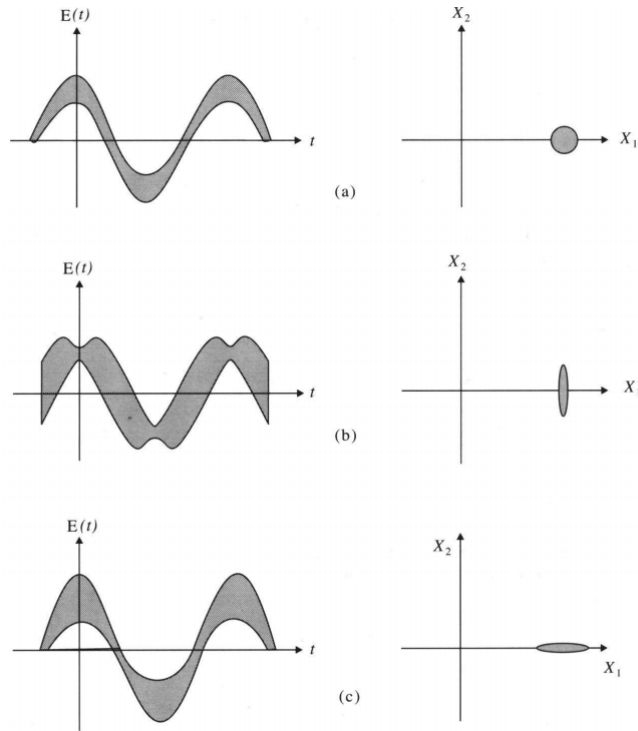


FIG. 2: Incerteza no valor médio da quadratura em estados comprimidos. Figura extraída de [12].

Vemos que para uma compressão em \hat{X}_1 o campo elétrico apresentará compressão em sua amplitude, sendo possível determinar qual a amplitude máxima da onda com maior precisão. De mesmo modo, para uma compressão em \hat{X}_2 tem-se uma compressão na fase do campo, ou seja, a determinação de onde a função de onda cruza o eixo horizontal é mais precisa.

3.1. Criação de estados comprimidos

1. Conversão paramétrica descendente degenerada

A geração de estados comprimidos se dá pela interação da radiação com a matéria de modo que esta interação seja não-linear, geralmente esperando-se termos quadráticos nos operadores de criação e aniquilação da Hamiltoniana de interação.

Tomando, por exemplo, um processo chamado conversão paramétrica descendente degenerada [13] [14], Um certo meio não linear é bombeado por um laser de frequência ω e alguns fótons desse campo são convertidos em pares de fótons idênticos para o campo de estudo. Vale ressaltar que este não é o único processo de geração de luz comprimida [15].

Um exemplo da Hamiltoniana do feixe de bombeio é dado por:

$$\hat{H} = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} - i\hbar\frac{\chi^{(2)}}{2}(\hat{a}^2e^{2i\omega t} - \hat{a}^{\dagger 2}e^{-2i\omega t}). \quad (47)$$

em que $\chi^{(2)}$ é uma constante proporcional à susceptibilidade não-linear de segunda ordem.

Para demonstrar a utilidade da técnica, toma-se a Hamiltoniana na representação de interação:

$$\hat{H}_I = -i\hbar\frac{\chi^{(2)}}{2}(\hat{a}^2 - \hat{a}^{\dagger 2}). \quad (48)$$

em que a representação de interação pode ser vista como uma transformação para uma base que rotaciona em frequência ω .

Podemos agora escrever o operador de evolução temporal dado por [14]:

$$\hat{U} = e^{\frac{t}{2}(\hat{a}^2 - \hat{a}^{\dagger 2})}. \quad (49)$$

demonstrando uma enorme semelhança com o operador unitário de compressão 42. Deste modo, temos que a luz que passa por este processo é comprimida.

O exemplo usado retrata uma interação não-linear de segunda ordem, comumente utilizado com Osciladores Paramétricos Ópticos (OPO), que necessitam de uma cavidade ressonante de alta qualidade para estabilização e amplificação do feixes de luz. A partir dos OPO é possível gerar tanto estados comprimidos quanto estados emaranhados[16], a depender do processo de conversão utilizado. Para um OPO podemos então escrever a Hamiltoniana do sistema abaixo do limiar de oscilação da fonte:

$$\hat{H} = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{i\hbar}{2}(\varepsilon\chi^{(2)}\hat{a}^{\dagger 2} - \varepsilon^*\chi^{(2)}\hat{a}^2) + \hat{a}\Gamma^\dagger + \hat{a}^\dagger\Gamma. \quad (50)$$

em que ε representa a amplitude do feixe de bombeio e Γ é o operador que representa o reservatório e que está associado às perdas da cavidade. Vemos que esta hamiltoniana é bem semelhante ao processo de conversão paramétrica.

Contudo, também é possível obter casos com interação não-linear de terceira ordem $\chi^{(3)}$, de modo a não ser necessária a cavidade. Essa interação não-linear com material pode ser dada de formas distintas, como no caso de incidir sobre uma célula de vapor de Rubídio (Rb) uma fonte de luz coerente, gerando assim luz comprimida e sendo este o objetivo da parte prática deste projeto.

2. Conversão paramétrica descendente não-degenerada

Um outro estudo, que ampliará as possibilidades para estudar estados emaranhados, é o estudo de correlação de estados comprimidos em dois modos. Um dos objetos deste estudo é o processo de conversão paramétrica descendente não degenerada, que nada mais é do que uma generalização do processo estudado anteriormente. Neste caso, o meio linear é bombeado com campo a frequência 2ω , que se divide nas frequências ω_1 e ω_2 , tal que $2\omega = \omega_1 + \omega_2$. Por convenção a onda de maior frequência (ω_1) é chamada de sinal a de menor frequência (ω_2) de complementar[17].

Os feixes convertidos podem ser descritos pela Hamiltoniana:

$$\hat{H} = \hbar\omega_1\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_1 + \hbar\omega_2\hat{a}_2^\dagger\hat{a}_2 + i\hbar\chi^{(2)}(\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2^\dagger e^{-2i\omega t} - \hat{a}_1\hat{a}_2 e^{2i\omega t}). \quad (51)$$

em que os operadores \hat{a}_1 e \hat{a}_2 representam os operadores de aniquilação pros respectivos modos.

As equações de movimento de Heisenberg na representação de interação são dadas por:

$$\frac{d\hat{a}_1}{dt} = \chi^{(2)}\hat{a}_2^\dagger, \quad (52)$$

$$\frac{d\hat{a}_2^\dagger}{dt} = \chi^{(2)}\hat{a}_1. \quad (53)$$

Tendo então as soluções:

$$\hat{a}_1(t) = \hat{a}_1 \cosh \chi^{(2)}t + \hat{a}_2^\dagger \sinh \chi^{(2)}t, \quad (54)$$

$$\hat{a}_2(t) = \hat{a}_2 \cosh \chi^{(2)}t + \hat{a}_1^\dagger \sinh \chi^{(2)}t. \quad (55)$$

Ao se tomar um estado inicial dado por $|\alpha_1\rangle, |\alpha_2\rangle$ será possível então encontrar o valor médio de fótons no modo 1:

$$\langle n_1(t) \rangle = \langle \alpha_1, \alpha_2 | \hat{a}_1^\dagger(t)\hat{a}_1(t) | \alpha_1, \alpha_2 \rangle \quad (56)$$

$$= |\alpha_1 \cosh \chi^{(2)}t + \alpha_2^* \sinh \chi^{(2)}t|^2 + \sinh^2 \chi^{(2)}t. \quad (57)$$

Como um estado no vácuo teria os coeficientes $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ então o último termo nos mostra que houve um acréscimo nas flutuações de vácuo por um termo $\sinh \chi^{(2)}t$, demonstrando que a presença de correlações podem causar grandes alterações no sistema.

3.2. Detecção de estados comprimidos

Um dos métodos mais utilizados para se obter o quão comprimido está um estado é a partir da detecção homodina. A detecção homodina consiste na ideia de incidir, sobre um BS (divisor de feixe), um outro estado conhecido, preferencialmente coerente $|\alpha\rangle$, chamado de oscilador local, juntamente com um sinal $|\psi\rangle$ que representa um estado qualquer de estudo, ambos com mesma frequência e fase conhecida. Estes estados serão redirecionados pelo BS, que reflete uma parte da luz incidente e reflete a outra. Considerando que se tem controle sobre a fase de ambas as fontes de luz, o cálculo será então baseado na diferença de fase dos dois sinais que chegam nos diferentes fotodetectores.

Uma das possíveis variações da detecção homodina é a detecção homodina balanceada, esta consiste em um mesmo conjunto de equipamentos, porém com o divisor de feixe definido com taxa de transmissão/reflexão de 50%. Sendo assim, nessa detecção toda luz incidindo no BS terá metade de sua intensidade refletida.

Uma representação de detecção homodina é vista na figura 3.

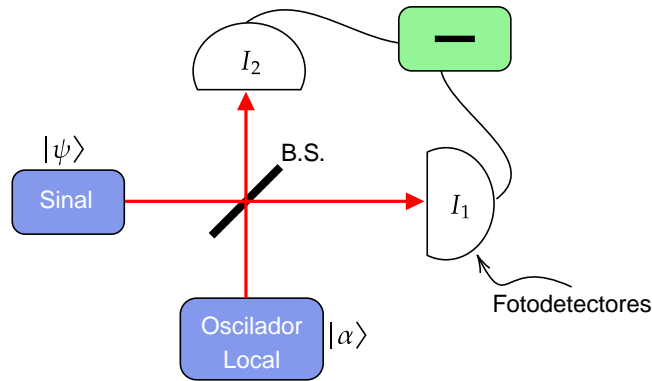


FIG. 3: Sistema de detecção homodina.

Pode-se escrever a taxa de transmissão e reflexão de um BS balanceado da forma:

$$T = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad R = \frac{1}{\sqrt{2}}i. \quad (58)$$

Portanto, define-se que a corrente que chega em um fotodetector é descrita pelo valor médio do número de fótons que chega proveniente de cada fonte de luz (sinal e oscilador local).

$$I_1 = \langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \rangle \quad \text{em que } \hat{a}_1 = T\hat{a}_\psi + R\hat{a}_\alpha, \quad (59)$$

$$I_2 = \langle \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \rangle \quad \text{em que } \hat{a}_2 = T\hat{a}_\alpha + R\hat{a}_\psi. \quad (60)$$

Portanto, teremos que a diferença das correntes é dada por:

$$I_{1-2} = \langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 - \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \rangle, \quad (61)$$

$$\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 = (T^* \hat{a}_\psi^\dagger + R^* \hat{a}_\alpha^\dagger)(T\hat{a}_\psi + R\hat{a}_\alpha) = \frac{1}{2}(\hat{a}_\psi^\dagger \hat{a}_\psi + i\hat{a}_\psi^\dagger \hat{a}_\alpha - i\hat{a}_\alpha^\dagger \hat{a}_\psi + \hat{a}_\alpha^\dagger \hat{a}_\alpha), \quad (62)$$

$$\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 = (T^* \hat{a}_\alpha^\dagger + R^* \hat{a}_\psi^\dagger)(T\hat{a}_\alpha + R\hat{a}_\psi) = \frac{1}{2}(\hat{a}_\psi^\dagger \hat{a}_\psi - i\hat{a}_\psi^\dagger \hat{a}_\alpha + i\hat{a}_\alpha^\dagger \hat{a}_\psi + \hat{a}_\alpha^\dagger \hat{a}_\alpha), \quad (63)$$

$$I_{1-2} = \langle 2i[\frac{1}{2}(\hat{a}_\psi^\dagger \hat{a}_\alpha - \hat{a}_\alpha^\dagger \hat{a}_\psi)] \rangle. \quad (64)$$

Agora abrimos os estados em que estão sendo tomados os valores médios:

$$I_{1-2} = \langle \psi | \langle \alpha | 2i[\frac{1}{2}(\hat{a}_\psi^\dagger \hat{a}_\alpha - \hat{a}_\alpha^\dagger \hat{a}_\psi)] | \alpha \rangle | \psi \rangle. \quad (65)$$

Sabendo que os estados coerentes são autoestados do operador aniquilação e que $\alpha = |\alpha|e^{i\theta}$ então podemos reescrever a diferença de correntes:

$$I_{1-2} = 2i \langle \psi | \frac{1}{2}(\alpha \hat{a}_\psi^\dagger - \alpha^* \hat{a}_\psi) | \psi \rangle, \quad (66)$$

$$= -2|\alpha| \langle \psi | \frac{1}{2}(\hat{a}_\psi e^{-i\phi} - \hat{a}_\psi^\dagger e^{i\phi}) | \psi \rangle, \quad (67)$$

$$= -2|\alpha| \langle \hat{X}(\phi) \rangle. \quad (68)$$

Em que $\phi = \theta + \pi/2$ e o operador $\hat{X}(\phi)$ é dado por:

$$\hat{X}(\phi) = \frac{1}{2}(\hat{a}e^{-i\phi} + \hat{a}^\dagger e^{i\phi}). \quad (69)$$

Sendo assim, quando $\phi = 0$ a diferença de fotocorrente representa o valor médio da quadratura \hat{X}_1 , enquanto se $\phi = \pi/2$ então a diferença de fotocorrente representa a quadratura o valor médio na quadratura \hat{X}_2 . A mudança da variável ϕ significa simplesmente alterar a fase do oscilador local incidente.

Vemos também que a incidência do oscilador local é necessária pois aumenta o valor médio calculado através do módulo $|\alpha|$, com isso a detecção se torna muito mais facilitada, demonstrando que a detecção homodina tem ótima utilidade na detecção de campos fracos, dada a importância do oscilador local. Todos estes cálculos já apresentados valem para qualquer quadratura, seja ela entre posição e momento, ou intensidade e fase, desde que obedecem a relação de comutação $[\hat{A}, \hat{B}] = cte$. Para verificar as flutuações, basta calcular agora $\langle (\hat{X}(\phi))^2 \rangle$ da mesma forma, a fim de se obter a incerteza do valor do operador quadratura.

4. ESTADOS POLARIZADOS

Uma polarização na óptica clássica pode ser totalmente descrita pelos parâmetros de Stokes. Os parâmetros representam uma esfera (esfera de Poincaré) sendo cada parâmetro (exceto o primeiro) um eixo do sistema de coordenadas, sua relação é dada por:

$$S^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2. \quad (70)$$

É visto então que cada parâmetro tem um significado. Em óptica clássica tem-se que $S = S_0$, enquanto S_0 representa o módulo do vetor na esfera de Poincaré, sendo assim a intensidade da luz. S_1 representa a polarização horizontal e vertical, S_2 a polarização linear a $\pm 45^\circ$ e S_3 a polarização circular, tanto no sentido horário como anti-horário.

E temos também que estes parâmetros são dados por:

$$S_0 = I, \quad (71)$$

$$S_1 = Ip \cos(2\psi) \cos(2\chi), \quad (72)$$

$$S_2 = Ip \sin(2\psi) \cos(2\chi), \quad (73)$$

$$S_3 = Ip \sin(2\chi). \quad (74)$$

Sendo I a intensidade da luz, p o grau de polarização, restringido entre 0 e 1 e $Ip, 2\psi, 2\chi$ as coordenadas esféricas do vetor tridimensional dado por (S_1, S_2, S_3) , formando assim a conhecida esfera de Poincaré.

Seus análogos quânticos $(\hat{S}_0, \hat{S}_1, \hat{S}_2, \hat{S}_3)$ são dados pelas relações, os chamados operadores de Stokes:

$$\hat{S}_0 = \hat{a}_H^\dagger \hat{a}_H + \hat{a}_V^\dagger \hat{a}_V, \quad (75)$$

$$\hat{S}_1 = \hat{a}_H^\dagger \hat{a}_H - \hat{a}_V^\dagger \hat{a}_V, \quad (76)$$

$$\hat{S}_2 = \hat{a}_H^\dagger \hat{a}_V e^{i\theta} + \hat{a}_V^\dagger \hat{a}_H e^{-i\theta}, \quad (77)$$

$$\hat{S}_3 = i\hat{a}_V^\dagger \hat{a}_H e^{-i\theta} - i\hat{a}_H^\dagger \hat{a}_V e^{i\theta}. \quad (78)$$

Sendo os operadores agora são separados em componentes horizontal e vertical, já que são estados ortogonais. o ângulo θ representa a diferença de fase entre o modo de propagação vertical e horizontal. Estas relações saem diretamente da relação de polarização em campos elétrico e magnético e também após a quantização destes.

Ao mudar do mundo clássico para o quântico, estados descritos inicialmente por um ponto na esfera de Poincaré também mudam de forma, tendo agora um volume não nulo, uma vez que existem as flutuações dadas pela incerteza da medida. Também é interessante ressaltar que estes operadores têm relação de comutação:

$$[\hat{S}_1, \hat{S}_2] = 2i\hat{S}_3, \quad [\hat{S}_2, \hat{S}_3] = 2i\hat{S}_1, \quad [\hat{S}_3, \hat{S}_1] = 2i\hat{S}_2. \quad (79)$$

Salta aos olhos que $\hat{S}_i, i = 1, 2, 3$ são geradores do grupo SU(2), dos grupos de Lie, assim como as matrizes de Pauli e os operadores momento angular. Também tem-se que \hat{S}_0 comuta com qualquer um dos outros operadores.

Ao quantizar os operadores de Stokes, agora deverão ser consideradas também as flutuações devidas ao aspecto quântico. Sendo assim, o módulo do vetor descrito na esfera de Poincaré se torna $\langle \hat{S} \rangle = \langle \hat{S}_0^2 + 2\hat{S}_0 \rangle$. É possível também equacionar, a partir da variância de cada parâmetro e também de seus valores médios, o princípio da incerteza para cada comutador descrito em 79.

$$V_1V_2 \geq |\langle \hat{S}_3 \rangle|^2, \quad V_2V_3 \geq |\langle \hat{S}_1 \rangle|^2, \quad V_3V_1 \geq |\langle \hat{S}_2 \rangle|^2. \quad (80)$$

Sendo $V_i = \langle \hat{S}_i^2 \rangle - \langle \hat{S}_i \rangle^2$ a variância do operador \hat{S}_i .

Para um estado coerente, isto é, uma luz clássica, a variância de todos os operadores é a mesma $V_i^{coh} = V_0^{coh} = n$, em que n representa o número de fótons no campo eletromagnético. Sendo assim, um estado é considerado comprimido em um dos operadores de Stokes quando $V_j < n, j = 0, 1, 2, 3$, e anti-comprimido quando o oposto ocorre.

4.1. Geração de Estados Comprimidos

Em geral é possível obter luz comprimida em polarização a partir de dois métodos distintos: combinação ortogonal de dois feixes de luz comprimidos em quadratura (usualmente em amplitude) e também a incidência de luz coerente meio não-linear também pode gerar luz comprimida em polarização.

1. Combinação de luz comprimida em quadratura

Para este método se torna útil a definição dos operadores de criação e aniquilação em função das quadraturas, de modo:

$$\hat{a}_{H,V} = \alpha_{H,V} + \frac{1}{2}(\hat{X}_{H,V}^+ + i\hat{X}_{H,V}^-), \quad (81)$$

$$\hat{X}_{H,V}^+ = \frac{1}{2}(\hat{a}_{H,V}^\dagger + \hat{a}_{H,V}), \quad \hat{X}_{H,V}^- = \frac{i}{2}(\hat{a}_{H,V}^\dagger - \hat{a}_{H,V}). \quad (82)$$

Assim, reescreve-se os operadores de Stokes de maneira que:

$$\Delta^2 \hat{S}_0 = \Delta^2 \hat{S}_1 = \alpha_H^2 \Delta^2 \hat{X}_H^+ + \alpha_V^2 \Delta^2 X_V^+, \quad (83)$$

$$\Delta^2 \hat{S}_2 = \cos^2 \theta (\alpha_V^2 \Delta^2 \hat{X}_H^+ + \alpha_H^2 \Delta^2 \hat{X}_V^+) + \sin^2 \theta (\alpha_V^2 \Delta^2 \hat{X}_H^- + \alpha_H^2 \Delta^2 \hat{X}_V^-), \quad (84)$$

$$\Delta^2 \hat{S}_3 = \sin^2 \theta (\alpha_V^2 \Delta^2 \hat{X}_H^+ + \alpha_H^2 \Delta^2 \hat{X}_V^+) + \cos^2 \theta (\alpha_V^2 \Delta^2 \hat{X}_H^- + \alpha_H^2 \Delta^2 \hat{X}_V^-). \quad (85)$$

Percebe-se então que, ao ter dois modos de luz comprimida independentes que interagem, com fase relativa $\theta = 0, \pi/2$, o feixe de luz polarizado resultante pode ter compressão nos operadores \hat{S}_0, \hat{S}_1 e em mais um dos operadores, enquanto o restante será anti-comprimido. Este é um tipo de compressão do tipo charuto. Caso, invés de compressão na quadratura de amplitude, for realizada compressão em quadratura de fase apenas um dos parâmetros de Stokes será comprimido (\hat{S}_2 ou \hat{S}_3), enquanto o restante será anti-comprimido. Este tipo de compressão é do tipo panqueca.

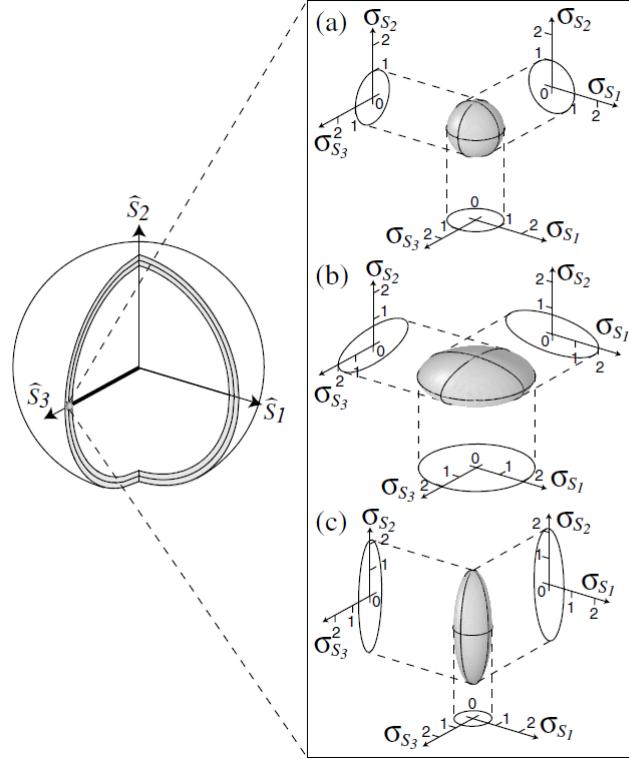


FIG. 4: Demonstração da esfera de Poincaré quântica e também da compressão dos parâmetros de Stokes. Em (a) tem-se uma luz coerente sem compressão. Em (b) tem-se a compressão apenas no parâmetro \hat{S}_2 , sendo este a compressão do tipo panqueca. Em (c) tem-se a compressão nos outros três parâmetros de Stokes, sendo esta do tipo charuto. Figura extraída de [18].

2. *Interação de quatro fótons em meio de Kerr*

Para um material dielétrico linear sob o efeito de um campo elétrico, a polarização causada por este campo é expressa da forma:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}. \quad (86)$$

Sendo χ_e a susceptibilidade elétrica, uma constante que depende do meio.

Quando tratada a interação não-linear de campos elétricos intensos com a matéria, a polarização do material pode ser escrita em forma expandida com relação as potencias do campo [19]:

$$P_i = \epsilon_0 [\chi_{ij}^{(1)} E_j + \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots]. \quad (87)$$

Agora com $\chi^{(n)}$ sendo o tensor susceptibilidade não-linear usado para meios anisotrópicos, e \mathbf{E} o campo elétrico. O termo com $\chi_{ijk}^{(2)}$ diz respeito à combinação de dois campos elétricos que produzem um terceiro, ou um campo produz outros dois. Para o termo $\chi_{ijkl}^{(3)}$ há a combinação de três campos elétricos para a geração de um quarto, ou então a combinação de dois campos elétricos que geram outros dois.

Sendo o índice de refração n linear de um meio dado pela forma $n = \sqrt{1 + \chi_e}$, para vapores e líquidos a susceptibilidade de segunda ordem $\chi^{(2)}$ é nula, e é possível demonstrar que o índice de refração dependerá da intensidade do campo elétrico aplicado, de modo que:

$$n(E) = n + n_2 \mathcal{I} + \dots, \quad (88)$$

$$n_2 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{\chi^{(3)}}{n^2}. \quad (89)$$

A dependência do índice de refração com a intensidade demonstra o efeito óptico de Kerr, enquanto um meio é denominado meio de Kerr quando n_2/n não é negligenciável. Para estes meios, a passagem da luz por uma distância L acarretará numa mudança de fase, da forma:

$$\Delta\varphi = n_2 \mathcal{I} \frac{\omega}{c} L. \quad (90)$$

A dependência da fase com a intensidade do feixe é denominada modulação própria de fase. Este fenômeno será importante para a mistura de dois campos de entrada. [20].

Para a mistura de dois campos com mesmo modo de propagação da forma:

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_1(t) e^{-i\omega_1 t} + \mathbf{E}_2(t) e^{-i\omega_2 t}. \quad (91)$$

A polarização terá componentes $|\mathbf{E}_1|^2 \mathbf{E}_1$ e $|\mathbf{E}_2|^2 \mathbf{E}_2$ descrevem a modulação própria de fase, enquanto termos como $|\mathbf{E}_1|^2 \mathbf{E}_2$ e $|\mathbf{E}_2|^2 \mathbf{E}_1$ descreverão a modulação cruzada de fase. Este é chamado um meio de Kerr-cruzado, tendo o operador Hamiltoniano dado por [19]:

$$H = \frac{\hbar}{2}(2\omega_H \hat{a}_H^\dagger \hat{a}_H + 2\omega_V \hat{a}_V^\dagger \hat{a}_V + \gamma_H \hat{a}_H^{\dagger 2} \hat{a}_H^2 + \gamma_V \hat{a}_V^{\dagger 2} \hat{a}_V^2 + 2\gamma \hat{a}_H^\dagger \hat{a}_H \hat{a}_V^\dagger \hat{a}_V), \quad (92)$$

$$H_I = \frac{\hbar}{2}(\gamma_H \hat{a}_H^{\dagger 2} \hat{a}_H^2 + \gamma_V \hat{a}_V^{\dagger 2} \hat{a}_V^2 + 2\gamma \hat{a}_H^\dagger \hat{a}_H \hat{a}_V^\dagger \hat{a}_V). \quad (93)$$

Os termos γ_i representam a modulação própria, enquanto a presença de γ demonstra a modulação cruzada entre os modos de propagação e todos são proporcionais as componentes do tensor $\chi^{(3)}$. Ao se ter um meio isotrópico, as modulações, tanto próprias quanto cruzadas são iguais, enquanto para cristais é possível ter $\gamma_H = \gamma_V = 0$ enquanto $\gamma \neq 0$.

3. Luz comprimida em polarização através de interação não-linear de terceira ordem em meio anisotrópico

A fim de descrever a interação não linear de terceira ordem entre a luz coerente e o meio tomamos o hamiltoniano de interação [21]:

$$H_I = \frac{\hbar}{2}(\gamma_H \hat{a}_H^{\dagger 2} \hat{a}_H^2 + \gamma_V \hat{a}_V^{\dagger 2} \hat{a}_V^2 + 2\gamma \hat{a}_H^\dagger \hat{a}_H \hat{a}_V^\dagger \hat{a}_V). \quad (94)$$

Como visto na seção anterior, γ_H e γ_V correspondem à modulação cruzada do material, enquanto γ corresponde à modulação própria.

Como o operador hamiltoniano é descrito na representação de interação, é possível também realizar a evolução temporal dos operadores:

$$i\hbar \frac{d\hat{a}_{H,V}}{dt} = [\hat{a}_{H,V}, H_I]. \quad (95)$$

Ou então, invés de analisar a evolução temporal, é possível avaliar a evolução em espaço, ao determinar que $t = z/v$, onde z é a coordenada de propagação da onda e v sua velocidade no meio.

Dessa forma reescreve-se:

$$\frac{d\hat{a}_H}{dz} = -\frac{i}{v}(\gamma_H \hat{a}_H^\dagger \hat{a}_H + \gamma_V \hat{a}_V^\dagger \hat{a}_V) \hat{a}_H, \quad (96)$$

$$\frac{d\hat{a}_V}{dz} = -\frac{i}{v}(\gamma_V \hat{a}_V^\dagger \hat{a}_V + \gamma_H \hat{a}_H^\dagger \hat{a}_H) \hat{a}_V, \quad (97)$$

$$\implies \frac{d\hat{n}_{H,V}}{dz} = \frac{d(\hat{a}_{H,V}^\dagger \hat{a}_{H,V})}{dz} = 0. \quad (98)$$

Vê-se então que o operador número, tanto vertical como horizontal, não muda, demonstrando que o número de fótons em cada eixo se conserva. Resolvendo as EDOs anteriores:

$$\hat{a}_H = \exp\left[-\frac{iz}{v}(\gamma_H \hat{n}_H + \gamma \hat{n}_V)\right] \hat{a}_H, \quad (99)$$

$$\hat{a}_V = \exp\left[-\frac{iz}{v}(\gamma_V \hat{n}_V + \gamma \hat{n}_H)\right] \hat{a}_V. \quad (100)$$

Implicando então que os valores médios em \hat{S}_0 e \hat{S}_1 permanecem idênticos aos de uma luz coerente, já que $\langle \hat{S}_0 \rangle = n_H + n_V$, $\langle \hat{S}_1 \rangle = n_H - n_V$. Portanto a compressão dos operadores acontecerá em \hat{S}_2 ou \hat{S}_3 . Após algumas manipulações:

$$\langle \hat{S}_2 \rangle = 2\sqrt{n_H n_V} e^{-M} \cos \Phi, \quad (101)$$

$$\langle \hat{S}_3 \rangle = 2\sqrt{n_H n_V} e^{-M} \sin \Phi. \quad (102)$$

com

$$M = n_H(1 - \cos g_H) + n_V(1 - \cos g_V), \quad (103)$$

$$\Phi = \phi + n_H \sin g_H - n_V \sin g_V, \quad (104)$$

$$\phi = \arg(\alpha_H^* \alpha_V), \quad g_{H,V} = \gamma_{H,V} - \gamma. \quad (105)$$

Para aproximação é considerado que g é muito pequeno (para o caso isotrópico, $g = 0$), tem-se que: $\Phi = \phi + n_H g_H - n_V g_V$ e $M = 0$, Calculando então as variâncias [22]:

$$V_2 = n_H + n_V - 2(\gamma_H - \gamma_V) n_H n_V \sin 2\Phi, \quad (106)$$

$$V_3 = n_H + n_V + 2(\gamma_H - \gamma_V) n_H n_V \sin 2\Phi. \quad (107)$$

4.2. Medições de estados comprimidos em polarização

A forma de medição de compressão em estados de polarização se assemelha bastante à forma de detecção homodina. O esquema experimental mais simples é dado pela figura 2.

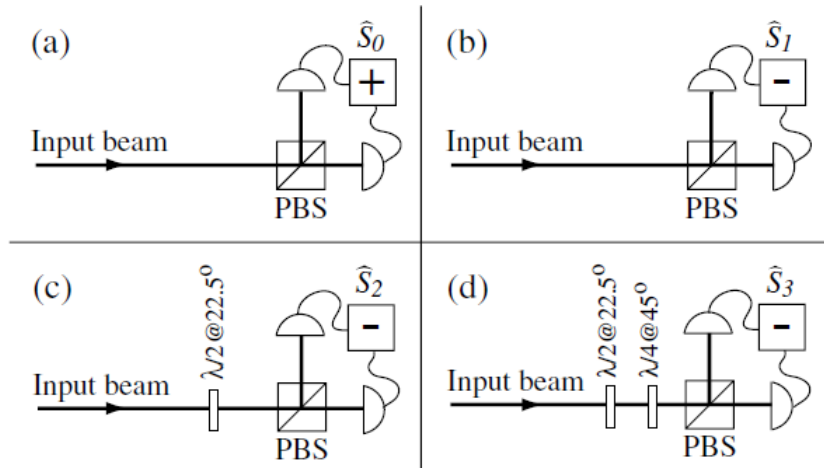


FIG. 5: Aparato experimental de uma medição homodina em polarização para cada parâmetro de Stokes. PBS: Divisor de feixe polarizador. $\lambda/2$ e $\lambda/4$ representam placas de meia onda e de um quarto de onda, respectivamente. Figura extraída de [18].

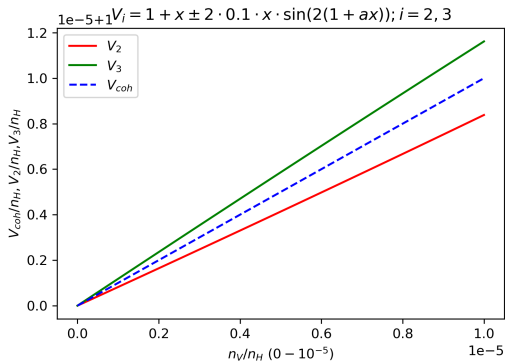
Como o operador \hat{S}_0 se refere à intensidade da luz, soma-se então a corrente que chega em ambos os fotodetectores, obtendo $\langle \hat{S}_0 \rangle$. Para medir \hat{S}_1 basta fazer a subtração das fotocorrentes, obtendo $\langle \hat{S}_1 \rangle$. Já o operador \hat{S}_2 , que mede a polarização linear a um ângulo de 45° , Deve-se girar a polarização do campo por meio de uma placa de meia onda $\lambda/2$ antes de atingir o PBS, depois subtraí-se o sinal, obtendo $\langle \hat{S}_2 \rangle$. A placa $\lambda/2$ tem o papel de rotacionar a polarização em 2θ . Para a medição em \hat{S}_3 é necessária a aplicação de uma placa de meia onda e de um quarto de onda $\lambda/2$ e $\lambda/4$ a fim de antes de atingir o PBS ter sua polarização bem definida nos eixos horizontal e vertical, assim, após a medição obtém-se $\langle \hat{S}_3 \rangle$. A placa $\lambda/4$ a 45° tem o papel de adicionar uma fase de $\pi/2$ entre as polarizações horizontal e vertical.

5. RESULTADOS

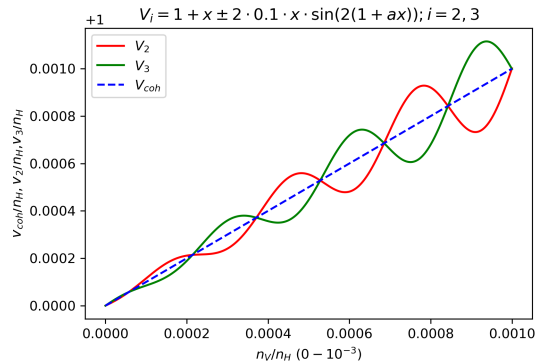
Este projeto de pesquisa se propõe a estudar um estado de vácuo comprimido em polarização de um feixe de luz. O equipamento presente no laboratório da UFABC conta com uma célula de Rubídio do qual será atingida com luz coerente, portanto para este caso tem-se uma luz comprimida através da interação não-linear de terceira ordem da luz com o meio.

A célula de rubídio é isotrópico, entretanto há uma hipótese que ao se jogar luz em uma célula de Rb, esta apresentará uma "anisotropia artificial", então é possível utilizar as equações 106 e 107 para verificar as variâncias dos operadores de Stokes \hat{S}_2 e \hat{S}_3 , uma vez que temos que os demais

operadores permanecem iguais aos de uma luz coerente. Para descrever o vácuo, dividimos as equações por n_H , de modo que todo o resultado será condicionado ao número de fótons presentes na polarização horizontal, vindo assim como se comportam as variâncias para n_H grande em relação a n_V , ou então para n_V/n_H muito pequeno.



(a) Relação n_V/n_H indo de 0 até 10^{-5}



(b) Relação n_V/n_H indo de 0 até 10^{-3}

FIG. 6: Simulações das variâncias dadas pelas equações 106 e 107. V_2 , V_3 e V_{coh} representam as variâncias dos operadores de Stokes \hat{S}_2 , \hat{S}_3 e do estado coerente, respectivamente.

Para as simulações dadas nas figuras 6 foi considerado $\gamma_H - \gamma_V = 0.1$, que considera uma relação de 10% de anisotropia. Caso este número seja menor, como 1%, as duas funções se sobrepõem. Nesses moldes então é possível considerar que para menores valores de n_V existe sempre uma compressão na variância de \hat{S}_2 e conseqüentemente anti-compressão em \hat{S}_3 , de acordo com a figura 6a. Este fato também é observado experimentalmente. Já para intervalos maiores de n_V , como na figura 6b, o caráter ondulatório dado pela função seno tem maior relevância, gerando assim algumas inversões de qual variância estará comprimida. Caso o argumento da função seno seja alterada para uma constante qualquer o gráfico se tornará bem parecido com o visto na figura 6a.

Assim conclui-se que é possível gerar luz comprimida em polarização em um estado de vácuo e quais são algumas de suas composições.

6. CONCLUSÕES

O objetivo desta pesquisa era de caracterizar como estados comprimidos em polarização poderiam ser gerados a partir da interação de luz coerente com a matéria. Foi então apresentado a possível geração, através de meios anisotrópicos, nos operadores de Stokes \hat{S}_2 ou \hat{S}_3 , ou seja, nas

polarizações linear $\pm 45^\circ$ ou então polarização circular, enquanto os outros operadores permanecem os de uma luz coerente.

Este resultado é bem promissor, uma vez que existe a possibilidade de escolher em qual polarização se terá compressão, através da escolha da relação n_V/n_H , assim possibilitando uma gama de aplicações em metrologia quântica que necessitem da medida destas polarizações.

Também, como futuro estudo, é possível investigar como este resultado tem consequência na geração de estados emaranhados em polarização, assim relacionando também com a área de formação quântica.

7. AVALIADORES

Os membros da banca para a defesa deste Trabalho de Conclusão de Curso em Física são: Prof. Dr. Breno Marques Gonçalves Teixeira (orientador), Prof. Dr. Luciano Cruz (titular), Prof. Dr. Rafael Rothganger (titular), Prof. Dr. Fagner Muruci (suplente) e Prof. Dr. Antônio Neves (suplente).

-
- [1] U. L. Andersen, G. Leuchs, and C. Silberhorn, *Laser & Photonics Reviews* **4**, 337 (2010).
 - [2] R. Bedington, J. M. Arrazola, and A. Ling, *npj Quantum Information* **3**, 1 (2017).
 - [3] M.-H. Yung, *National Science Review* **6**, 22 (2019).
 - [4] F. A. Mutlak, M. Jaber, and H. Emad, *Iraqi Journal of Science* , 2364 (2017).
 - [5] J. Shendure, S. Balasubramanian, G. M. Church, W. Gilbert, J. Rogers, J. A. Schloss, and R. H. Waterston, *Nature* **550**, 345 (2017).
 - [6] M. e. Tse, H. Yu, N. Kijbunchoo, A. Fernandez-Galiana, P. Dupej, L. Barsotti, C. Blair, D. Brown, S. Dwyer, A. Effler, *et al.*, *Physical Review Letters* **123**, 231107 (2019).
 - [7] F. Acernese, M. Agathos, L. Aiello, A. Allocca, A. Amato, S. Ansoldi, S. Antier, M. Arène, N. Arnaud, S. Ascenzi, *et al.*, *Physical review letters* **123**, 231108 (2019).
 - [8] R. Schnabel, N. Mavalvala, D. E. McClelland, and P. K. Lam, *Nature communications* **1**, 1 (2010).
 - [9] C. Gross, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **45**, 103001 (2012).
 - [10] L. Maccone and A. Riccardi, *Quantum* **4**, 292 (2020).
 - [11] C. Gerry, P. Knight, and P. L. Knight, *Introductory quantum optics* (Cambridge university press, 2005).
 - [12] R. v. Baltz, in *Frontiers of Optical Spectroscopy* (Springer, 2005) pp. 55–92.
 - [13] L. Shiqun and W. Lingan, *Chinese Physics Letters* **8**, 222 (1991).
 - [14] U. L. Andersen, T. Gehring, C. Marquardt, and G. Leuchs, *Physica Scripta* **91**, 053001 (2016).

- [15] W. P. Bowen, Australian National University (2003).
- [16] R. B. d. Andrade, *Construção de um oscilador paramétrico ótico para uma interface átomo-luz.*, Master's thesis, Universidade de São Paulo (2013).
- [17] D. F. Walls and G. J. Milburn, *Quantum optics* (Springer Science & Business Media, 2007).
- [18] W. P. Bowen, R. Schnabel, H.-A. Bachor, and P. K. Lam, *Physical review letters* **88**, 093601 (2002).
- [19] J. Garrison and R. Chiao, *Quantum optics* (OUP Oxford, 2008).
- [20] A. S. Chirkin, A. Orlov, and D. Y. Parashchuk, *Quantum electronics* **23**, 870 (1993).
- [21] A. S. Chirkin and N. Korolkova, in *Atomic and Quantum Optics: High-Precision Measurements*, Vol. 2799 (International Society for Optics and Photonics, 1996) pp. 120–130.
- [22] A. Chirkin, *Optics and Spectroscopy* **119**, 371 (2015).