

Fundação Universidade Federal do ABC
Centro de Ciências Naturais e Humanas
Bacharelado em Física

Mecanismo de Higgs no Modelo Padrão: Redescobrimo as Hipercargas

Aluno: Leonardo Taglione Tancredi
Professor orientador: André Paniago Lessa

Agosto
2021

Fundação Universidade Federal do ABC

Centro de Ciências Naturais e Humanas
Bacharelado em Física

Trabalho de Conclusão de Curso

Trabalho de Conclusão do Curso Bacharelado em Física da Universidade Federal do ABC, como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em física.

Aluno: Leonardo Taglione Tancredi

Professor orientador: André Paniago Lessa

Agosto
2021

Agradecimento

Reservo este espaço para deixar registrada minha gratidão ao meu Deus pelo fôlego de vida e disposição concedidos para realização deste trabalho. Gratidão aos meus pais, Geraldo e Lúcia, por todo carinho e apoio fornecido durante toda a graduação. Gratidão ao meu orientador e professor André que possibilitou a existência deste trabalho por meio da paciência, entusiasmo e dedicação ao ensinar.

Dedico essa obra a professora doutora Claudia Regina e aos professores doutores Adriano Benvenuto, Alex Dias, Alysson Ferrari, André Lessa, Marcos Avila, Mauricio Richartz, Maximiliano Ujevic e Rafael Rothganger por tornarem maravilhosa minha experiência na graduação.

Resumo

Este trabalho revisita a construção do Modelo Padrão a partir dos conceitos de simetrias, transformações de calibre (*gauge*) e campos. Em particular será mostrado como as hipercargas podem ser consideradas como parâmetros do modelo e como podem ser determinadas por considerações fenomenológicas. A motivação para este desenvolvimento foi formar uma compreensão clássica do Modelo Padrão e do mecanismo de Higgs.

Palavras chave *transformação de calibre, Modelo Padrão, mecanismo de Higgs.*

Abstract

This work revisits the construction of the Standard Model from the concepts of symmetries, gauge transformations and fields. In particular, it will be shown how hypercharge can be considered as model parameters and how they can be determined by phenomenological considerations. The motivation for this development was the understanding of the Standard Model and the Higgs mechanism.

Palavras chave *gauge transformation, Standard Model, Higgs mechanism.*

Sumário

1	Introdução histórica da Física de Partículas	8
2	Sobre o Modelo Padrão	10
2.1	Quarks	10
2.2	Léptons	10
2.3	Bósons	10
3	Breve revisão de teoria clássica de campos	12
4	Simetrias	15
5	Definição dos Campos do Modelo Padrão	16
6	Construção da lagrangiana do Modelo Padrão	17
6.1	Derivadas covariantes e campos vetoriais	17
6.2	Tensores dos campos vetoriais	18
6.3	A lagrangiana	18
7	Termo de massa	18
8	Campo escalar na lagrangiana e o mecanismo de Higgs	19
8.1	Equações de movimento	20
8.2	Tensor de Energia Momento da lagrangiana	21
8.3	Quebra de simetria	25
8.3.1	Novos campos após a quebra de simetria	25
8.3.2	Massa dos novos campos	28
8.4	Lagrangiana espinorial	29
9	Simetria $U(1)_{EM}$	29
10	Obtendo as Hipercargas	31
11	Resultados Finais	32
12	Conclusão	33
A	Apêndices	35
A.1	Detalhes da definição dos campos	35
A.2	Reescrevendo o campo ϕ excitado no vácuo	36
A.3	Tensores A,W,Z	36
A.4	Transformação do eletromagnetismo	38
	Referências	40

Lista de Figuras

1	Massa das partículas fundamentais em unidade de MeV/c^2 . O fóton e o glúon não possuem massa. Fatos experimentais de [1, 2, 3, 4]	11
2	Relação $\frac{m_n}{v}$ teórica e experimental [5]	33

Lista de Tabelas

1	Tabela com os principais desenvolvimentos teóricos, entre parênteses, e experimentais que levaram a formulação do Modelo Padrão. Adaptada de [1]. *Informação de [2]	9
2	Carga elétrica dos quarks, em relação ao módulo da carga elétrica do elétron, e suas gerações [6].	10
3	Carga elétrica dos léptons, em relação ao módulo da carga elétrica do elétron, e suas gerações [6].	10
4	Informações sobre os bósons, massa em GeV/c^2 [2]	12
5	Relação da carga elétrica, obtida experimentalmente, de cada férmion e a constante de acoplamento destes com o campo A_μ	31

1 Introdução histórica da Física de Partículas

Ao longo dos anos o conceito de partícula fundamental foi modificado conforme o avanço da tecnologia. Esse progresso permitiu explorar estruturas cada vez menores fazendo com que algumas partículas que antes achava-se serem partículas fundamentais passassem a ser entendidas como uma estrutura de partículas mais fundamentais, como foi o caso do próton. Durante esse período de desenvolvimento tecnológico e científico foram observados experimentalmente fenômenos que não tinham embasamento teórico, o que levou à elaboração de teorias para explicá-los. No decorrer da história se desenvolveram explicações para fenômenos conhecidos que mostravam a existência de partículas encontradas somente em experimentos futuros¹. Atualmente existe um grupo definido de partículas fundamentais apresentado na figura 1 e melhor explicado nas próximas seções. Constatou-se experimentalmente que cada partícula fundamental, carregada eletricamente, possui uma anti partícula². Todo esse desenvolvimento teórico e experimental ao longo dos anos levou ao surgimento de uma área de estudo na física chamada de Física de Partículas. Foi necessário aproximadamente 100 anos para ser agrupado uma grande parte do conhecimento da Física de Partículas em um único modelo conhecido como Modelo Padrão [1]. A cronologia dos principais acontecimentos importantes para a elaboração do Modelo Padrão pode ser vista na tabela 1 abaixo. Na próxima seção este modelo será melhor explicado.

Ano	Autores	Descobrimto ou proposta	Experimento utilizado
1897	J.J.thomson	Elétron	Tubo catódico
1911	E. rutherford	Modelo Atômico	isótopo α
1929	W. Heisenberg W. Pauli	(Teoria quântica de campos)	
1930	P.A.M. Dirac	(Equações de Dirac)	
1930	W. Pauli	(Neutrino)	
1932	J. Chadwick	Neutron	Isótopo α
1932	C.D.Anderson	Pósiton	Raios cósmicos
1932	E.O. Lawrence	ciclotron	ciclotron
1934	E. Fermi	(Teoria de interação fraca)	
1935	H. Yukawa	(Teoria de méson)	
1937	C.D.Anderson S.H.Neddermyer	múon	Raios cósmicos
1947	G.F. Powell	Pion	Raios cósmicos
1947	G.O. Rochester C.C.Butler	Partícula Strange	Raios cósmicos

¹Como exemplo de descobertas primeiro teóricas e depois práticas podem ser mencionados os neutrinos e o Higgs.[2]

²As antipartículas são iguais em massa e *spin* às suas respectivas partículas, entretanto, possuem carga elétrica oposta.

1946-1949	S. Tomonaga J. Schwinger R. Feynman	(Eletrodinâmica quântica)	
1950-1955		Produção de partícula Strange	Cosmotron
1953	k.Nishijima M. Gell-Mann	(Teoria Nishijima-Gell-Mann)	
1954	C.N. Yung R.L.Mills	(Teoria de <i>gauge</i> não abeliana)	
1955	E.Segre C. Chamberlain	Antiprotón	Bevatron
1956	C.L.Cowan F.Reinics	Neutrino	Reator
1956	C.N.Yang T.D.Lee	(Violação de paridade)	
1958	Y.Nambu	(Quebra espontânea de simetria)	
1962	L. Lederman M.Schwarz J.Steinberger	2-neutrino	BNL/AGS
1964	M. Gell-Mann G.Zweig	(Modelagem dos Quarks)	
1964	V.Fitch J.Cronin	Violação simetria CP	BNL/AGS
1964	P.Higgs	(Mecanismo de Higgs)	
1964	N.Samion <i>at al</i>	Partícula Ω	BNL/AGS
1961-1968	S.Glashow S.Weinberg A.Salan	(Unificação eletrofraca)	
1969	J.I.Friedman H.W.Kendall R.E. Taylor	Estrutura parton do núcleo	SLAC/Linac
1971	G.'t Hooft M.J.G.Veltman	(Renormalização da teoria eletrofraca)	
1972-1980		Experimentos com Neutrinos	fermilab/PS
1973	M.Kobayashi T. Mashawa	(Modelo KM)	
1973	H.D.Politzer D.J. Gross F. Wilczek	(Liberdade assintótica e teoria cromodinâmica quântica)	
1973	A.Lagarrigue <i>at al</i>	Corrente neutra	CERN/PS
1974	C.C.Ting B.Richter	J/ψ (quark charm)	BNL/AGS SPEAR
1974-1980		Espectroscopia quark Charm	
1975	M.Pearl	lépton τ	SPEAR
1978	I.Lederman	Quark boton	fermilab/Ps
1978-1979		Espectroscopia quark bottom	CESR/SPS DESY/PETRA
1983	C.Rubbian Van de Meer	W, Z^0	SppS
1990-2000		$N_v = 3$	LEP
1994		Quark top	TEVATRON
1998	Y.Totsuka <i>et al</i>	Oscilação do neutrino	Raios cósmicos
2000	SLAC/Babar KEK/BELLE	Kobayashi-Maskawa	SLAC/B
*2012		Higgs	LHC

Tabela 1: Tabela com os principais desenvolvimentos teóricos, entre parênteses, e experimentais que levaram a formulação do Modelo Padrão. Adaptada de [1]. *Informação de [2]

2 Sobre o Modelo Padrão

O Modelo Padrão é um modelo da Física de Partículas que busca explicar a composição da matéria, decaimentos e interações entre partículas. Neste modelo é utilizado o formalismo de campos para descrever as partículas por considerá-las manifestações de perturbações nos campos. Esse formalismo também permite descrever às interações entre as partículas, assim como a propagação de partículas livres. O Modelo Padrão é baseado nas partículas fundamentais apresentadas na figura 1 e na teoria de calibre (ou *gauge*) baseada na simetria $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ [1, 6, 7]. Os subscritos C, L e Y significam, respectivamente, cor, mão esquerda e hipercarga; eles serão omitidos no decorrer do trabalho. Utilizando essa simetria, o Modelo Padrão descreve muito bem a maioria dos fatos experimentais [6, 8].

As partículas fundamentais são divididas em grupos: os quarks, os léptons, o bóson escalar e os bósons vetoriais. Quarks e léptons possuem *spin* 1/2, enquanto bósons escalar e vetoriais possuem *spin* 0 e 1, respectivamente. Os quarks interagem com todas as forças fundamentais, os léptons só não interagem com a força forte e os bósons vetoriais são responsáveis por intermediar as forças nuclear forte, nuclear fraca e eletromagnética³. O bóson escalar terá sua função explicada posteriormente. O Modelo Padrão é dividido em três gerações, também chamadas de famílias, conforme a figura 1. Ainda não foi possível descobrir o motivo pelo qual existem essas três gerações [9]. As próximas subseções serão apresentadas para melhor compreensão das partículas fundamentais.

2.1 Quarks

Os quarks possuem 6 tipos de sabores nomeados de up, down, charm, strange, top e bottom. Cada sabor possui outros três exemplares de mesma massa e spin, mas com carga diferente entre si. Essa carga é nomeada carga de cor, sendo definida como cor azul, verde e vermelho. Devido à essas características totalizam 18 quarks e 18 antiquarks que fazem parte das três gerações. Nas três gerações os quarks se transformam pela mesma simetria. Essas partículas não se encontram livres, apenas em estados ligados. A justificativa para este fenômeno é a intensidade da interação nuclear forte. [9]

Carga elétrica	Primeira Geração	Segunda Geração	Terceira Geração
2/3	Up	Charm	Top
-1/3	Down	Strange	Bottom

Tabela 2: Carga elétrica dos quarks, em relação ao módulo da carga elétrica do elétron, e suas gerações [6].

2.2 Léptons

Existem, também, 6 tipos de léptons, sendo 3 com carga elétrica e 3 eletricamente neutros conforme a tabela a seguir

Carga elétrica	Primeira Geração	Segunda Geração	Terceira Geração
-1	Elétron	Múon	Tau
0	Neutrino do elétron	Neutrino do múon	Neutrino do tau

Tabela 3: Carga elétrica dos léptons, em relação ao módulo da carga elétrica do elétron, e suas gerações [6].

Os léptons neutros são chamados de neutrinos e se associam a um dos léptons com carga. Dessa forma define-se o neutrino do elétron, o neutrino do múon e o neutrino do tau. Quando o Modelo Padrão foi construído achava-se que os neutrinos não possuíam massa e por isso o modelo foi feito matematicamente de uma forma que resulta em neutrinos sem massa. Por outro lado, hoje sabe-se por meio de experimentos que eles possuem massa pelo menos mais de um milhão de vezes menor que a do elétron [2].

2.3 Bósons

No Modelo Padrão as partículas são descritas como campos, fato que foi uma grande descoberta na época em que foi constatado. Tal consideração permite utilizar de uma teoria de *gauge* para descrever matematicamente as simetrias observadas experimentalmente nas partículas fundamentais [1, 7, 9]. Os bósons de *gauge* são consequência dessas simetrias e descrevem campos vetoriais. Os campos vetoriais são o glúon, o bóson Z, os bósons W^\pm e o fóton. **Dentre eles os únicos que possuem carga elétrica são os bósons W^\pm . Neste caso há**

³A força gravitacional não é abordada pelo Modelo Padrão.

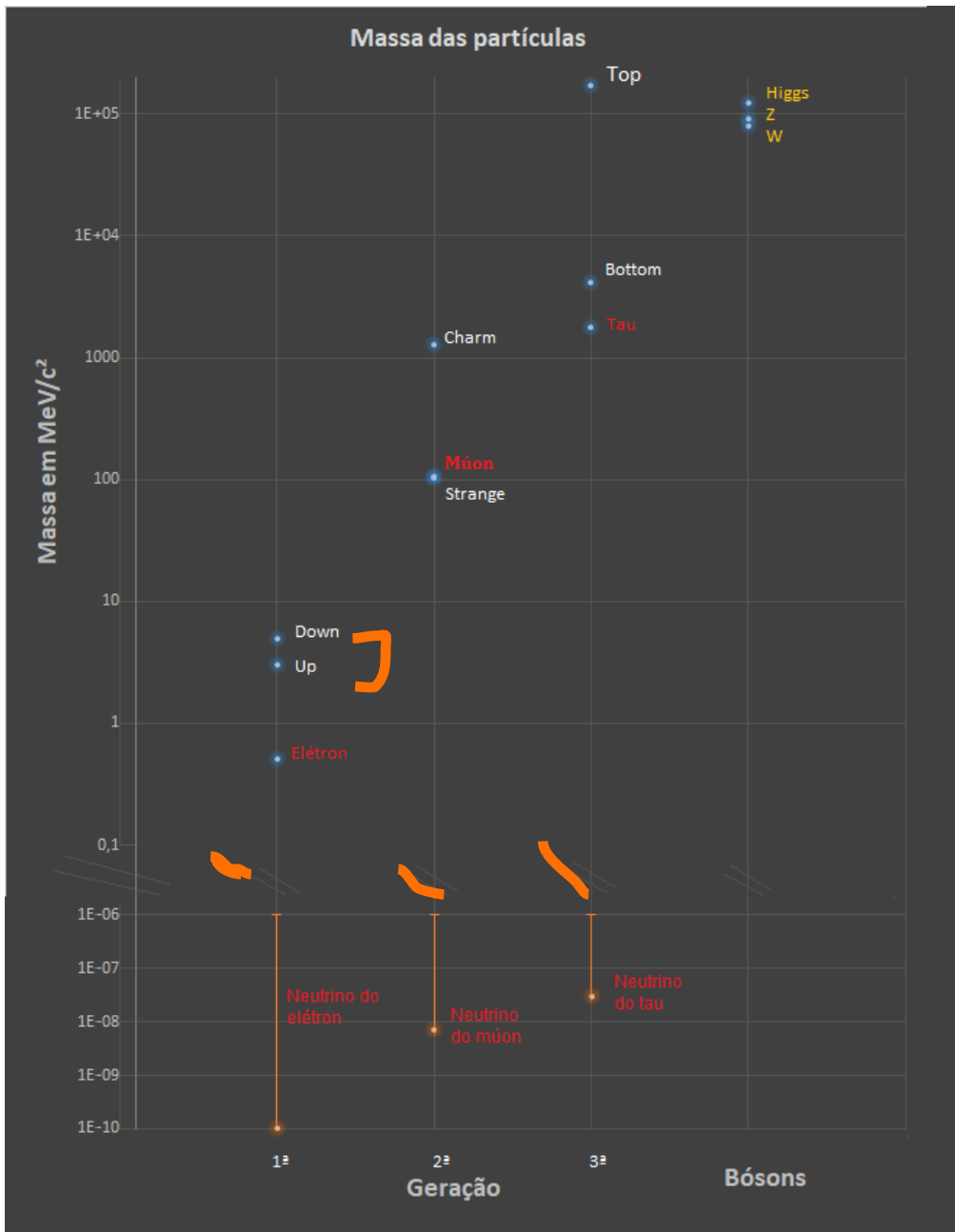


Figura 1: Massa das partículas fundamentais em unidade de MeV/c^2 . O fóton e o glúon não possuem massa. Fatos experimentais de [1, 2, 3, 4]



antipartícula, pois seja W^+ a partícula o W^- é a antipartícula, e vice versa. Cada um dos bósons de *gauge* interage com os férmions de forma bem característica, que será mostrado a seguir.

O glúon é uma partícula sem massa, que carrega duas cores ⁴ e é responsável por intermediar apenas interações de partículas com números quânticos de cor, ou seja, quarks e glúons. Devido à sua alta intensidade e baixo alcance, ela recebe o nome de força nuclear forte e é responsável pelo glúon não ser encontrado como partícula livre [1].

O fóton é a partícula associada ao campo eletromagnético, não possui massa e interage apenas com partículas eletricamente carregadas. Essa interação ocorre de forma vetorial, isto é, sem distinguir partícula de mão direita ou esquerda (ver seção 3). Os bósons Z e W^\pm realizam interações entre eles, com os férmions e com o fóton. A interação que Z e W^\pm proporcionam são chamadas de força nuclear fraca. Existe um detalhe importante a ser mencionado a respeito dos bósons W^\pm , esses dois interagem apenas com o fóton e com férmions de mão esquerda [2], fato testado experimentalmente [10] que será apresentado em mais detalhes na seção 11.

Por fim, além dos campos vetoriais há o campo escalar fundamental do Modelo Padrão. Este campo é nomeado de campo de Higgs, sendo que o bóson de Higgs permite implementar o mecanismo de Higgs. Este assunto será abordado nas seções 8.2 a 8.3. Tal partícula é a mais pesada dentre os bósons.

Na tabela 4 está resumido as informações apresentadas nessa subseção. Já na próxima seção será abordada a teoria de campos clássicos utilizada nesse trabalho.

Bóson	massa	<i>spin</i>	Interação Fundamental
glúon	0	1	nuclear forte
fóton	0	1	eletromagnética
bóson Z	91,2	1	nuclear fraca
bósons W^\pm	80,4	1	nuclear fraca
bóson de Higgs	125,1	0	-

Tabela 4: Informações sobre os bósons, massa em GeV/c^2 [2]

3 Breve revisão de teoria clássica de campos

O trabalho será desenvolvido utilizando da teoria clássica de campo. Os índices latinos correspondem aos números 1, 2, 3 e os índices gregos dependerão do caso que estiver sendo usado, podendo ser de 0 a 3, índices espaciais, ou de 0 a 7, índices de cor. As coordenadas utilizadas serão dadas por $x^\mu = (t, x, y, z)$. Índices repetidos como em $x^\mu x_\mu$ indicarão somatória sobre os índices, que é a notação de Einstein. Será utilizado a unidade natural $c = \hbar = 1$ e a métrica

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

o que implica em

$$\begin{aligned} x^\mu &= -x_\mu \\ g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu &= x^\mu x_\mu = t^2 - x^2 - y^2 - z^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Ao aplicar a abordagem clássica de campos faz sentido utilizar a lagrangiana, L , cuja descrição genérica [9] é

$$L = \text{Termos cinéticos} + \text{Termos de interação}. \quad (3)$$

É uma lagrangiana semelhante à da mecânica clássica, mas as coordenadas generalizadas darão lugar aos campos, escritos em função do tempo e do espaço, e a lagrangiana deve ser relativisticamente invariante, implicando em termos invariantes de Lorentz. Mais especificamente, não será utilizado a lagrangiana, mas sim a densidade da lagrangiana, \mathcal{L} , um funcional dos campos e de suas derivadas espaço-temporais. A relação entre a lagrangiana e a densidade da lagrangiana é dada por:

$$L = \int dt \int d^3x \mathcal{L}(\phi(x), \partial_\mu \phi(x)), \quad (4)$$

⁴Devido a combinação de cores existem 8 glúons.

sendo x as coordenadas espaciais e ∂_μ é a derivada parcial em quatro dimensões

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}. \quad (5)$$

Pode-se utilizar da lagrangiana para se obter a ação S

$$S = \int L dt. \quad (6)$$

Ao considerar zero a variação da ação em certa condição genérica de contorno pode-se obter as equações que regem a dinâmica dos campos

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \varphi} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi}, \quad (7)$$

que são as equações de Euler e Lagrange [6, 11, 12]. O termo φ representa qualquer um dos campos da densidade da lagrangiana. No decorrer do trabalho apenas o nome lagrangiana será mencionado se referindo à densidade de lagrangiana.

No Modelo Padrão os campos que constituem a lagrangiana podem ser campos espinoriais, escalares e vetoriais. Tais campos possuem, respectivamente, os *spins* 1/2, 0 e 1. A definição de campos espinoriais pode ser decomposta, na base quirial, em termos de campos espinoriais de mão esquerda ou mão direita. Tais campos são definidos, respectivamente, como:

$$n_L = \begin{pmatrix} \chi_{n1} \\ \chi_{n2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$n_R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \chi_{n3} \\ \chi_{n4} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

A dupla de χ_n dentro do parenteses compõem um espinor de Weyl. Dessa forma pode-se obter o espinor quirial de Dirac

$$\psi_n = n_L + n_R. \quad (10)$$

Ao analisar ψ_n encontra-se as igualdades

$$\bar{\psi}_n \psi_n = \bar{n}_R n_L + \bar{n}_L n_R, \quad (11)$$

$$\bar{\psi}_n \gamma^\mu \psi_n = \bar{n}_R \gamma^\mu n_R + \bar{n}_L \gamma^\mu n_L. \quad (12)$$

Também se utilizará da notação $\bar{\psi}_n \equiv \psi_n^\dagger \gamma^0$ proporcionando a relação invariante de Lorentz $\bar{\psi} \psi$. O termo γ^0 pertence a matriz de Dirac, γ^μ , que são definidas como

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

A notação espinorial proporciona projetores que selecionam entre a parte de mão esquerda ou de mão direita de um espinor de Dirac. Tais projetores são definidos como projetor de mão direita (*right*) e projetor de mão esquerda (*left*), respectivamente,

$$P_R = \frac{1 + \gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$(16)$$

e

$$P_L = \frac{1 - \gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

O termo γ^5 é definido como

$$\begin{aligned} \gamma^5 &\equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \\ &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (18)$$

A aplicação dos projetores pode ser exemplificada conforme

$$n_L = P_L\psi_n, \quad n_R = P_R\psi_n. \quad (19)$$

E tais projetores atuam em γ^μ da seguinte maneira:

$$P_L \cdot \gamma^\mu = \gamma^\mu \cdot P_R, \quad (20)$$

e

$$P_R \cdot \gamma^\mu = \gamma^\mu \cdot P_L. \quad (21)$$

Os campos escalares podem ser campos complexos ou reais. Eles representam uma função que fornece valores escalares para cada posição no espaço-tempo. Tais valores independem do observador, desde que usado a mesma unidade. Qualquer produto de campos escalares ($\phi_i\phi_j\dots$) é um invariante de Lorentz. Campos escalares se transformam como:

$$\phi'(x) = \phi(\Lambda^{-1}x), \quad (22)$$

onde Λ^μ_ν é a matriz de transformação de Lorentz, conforme $x^{\mu'} = \Lambda^\mu_\nu x^\nu$.

Os campos vetoriais possuem um índice da coordenada espacial a qual se referem, por exemplo μ no campo B_μ . Esses campos são uma atribuição de um vetor a cada ponto do espaço. Possuem uma transformação de Lorentz [13] conforme

$$A'_\mu(x) = \Lambda^\mu_\nu A^\nu(\Lambda^{-1}x). \quad (23)$$

Os termos cinéticos para os campos espinoriais, escalares e vetoriais, respectivamente, são:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\psi &= i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi. \\ \mathcal{L}_\phi &= (\partial_\mu\phi)^\dagger\partial^\mu\phi \\ \mathcal{L}_V &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (24)$$

O termo $F_{\mu\nu}$ é o tensor do campo vetorial e será melhor explicado na próxima seção. Os campos vetoriais aparecem como campos de *gauge*, pois são necessários para impor uma simetria de *gauge*. Sua aparição será melhor demonstrada na próxima seção. A transformação de Lorentz para tensores ocorre como se fosse o produto de dois vetores,

$$F'^{\mu\nu} = \Lambda^\mu_\alpha\Lambda^\nu_\beta F^{\alpha\beta}. \quad (25)$$

É possível calcular a densidade de energia da lagrangiana por meio do tensor energia momento, $T^{\mu\nu}$ [14] definido como:

$$T^\mu_\rho = \sum_n \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\varphi_n)}\partial_\rho\varphi_n(x) + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\varphi_n^\dagger)}\partial_\rho\varphi_n^\dagger(x) - \delta^\mu_\rho\mathcal{L} \right) \quad (26)$$

sendo φ a representação para todos os campos presentes na lagrangiana. Considerando apenas o termo temporal nos índices do Tensor Energia Momento se obtém a densidade de energia, T^0_0 .

4 Simetrias

Para elaboração deste trabalho o grupo unitário $U(N)$ será utilizado. Esse grupo representa matrizes $N \times N$ unitárias que satisfaçam

$$U^\dagger U = \mathbb{1}, \quad (27)$$

onde \dagger é o transposto conjugado, U é uma matriz $N \times N$ e $\mathbb{1}$ é a matriz identidade de mesma dimensão. O grupo $U(N)$ é não abeliano para $N > 1$, o que indica não comutatividade entre as matrizes da simetria. Dentro do grupo $U(N)$ existe um caso específico que é o grupo $SU(N)$ composto de matrizes unitárias com determinante igual a 1, chamado de especial e unitário.

Os grupos $SU(N)$ também são não abelianos para $N > 1$. Na transformação dessas simetrias utiliza-se matrizes de transformação $N \times N$. Em ambas as simetrias podem ocorrer transformações globais, indicando uma mesma transformação em todos os pontos do espaço, ou transformações locais, indicando que a transformação assume valores diferentes dependendo do ponto no espaço.

No Modelo Padrão será abordado transformações conforme as simetrias $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, utilizando de transformações com matrizes 3×3 , 2×2 e por uma fase. O conjunto de transformações segundo as simetrias utilizadas podem ser descritas de modo genérico conforme:

$$\chi \rightarrow \chi' = e^{ig_N Y_N T_N^j \alpha_N^j(x)} \chi \quad (28)$$

O termo T_N^j são $N^2 - 1$ matrizes geradoras, no caso $U(1)$ vale 1, para as representações fundamentais dos grupos $SU(2)$ e $SU(3)$ são, respectivamente, as três matrizes de Pauli, σ^j , e as oito matrizes de Gell-Mann, λ^ω . No que diz respeito a comutação dessas matrizes geradoras tem-se

$$[T_N^\omega, T_N^\kappa] = if_{\omega\kappa\theta} T_N^\theta, \quad (29)$$

sendo $f_{\omega\kappa\theta}$ a constante de estrutura da transformação. Nas transformações de $SU(2)$ a constante de estrutura é o símbolo de Levi-Civita ϵ_{ijk} .

O termo $\alpha_N^j(x)$ são os parâmetros de cada transformação. Este termo depende do ponto no espaço, no caso de simetria local, e é constante no caso global. Será definido para $U(1)$, $SU(2)$ e $SU(3)$ os seguintes parâmetros de transformação: $\vartheta(x)$, $\theta^j(x)$ e ζ^ω . Já g_N são as constantes de força da interação, chamadas de constantes de acoplamento; os Y 's são constantes de normalização da transformação, no caso da simetria $U(1)$ serão chamados de hipercarga. Este trabalho busca redescobrir os valores desses Y 's na simetria $U(1)$.

Devido ao seu caráter não abeliano, os Y 's das transformações por $SU(2)$ e $SU(3)$ devem ser iguais para todos os campos. No caso dessas simetrias as constantes Y_N permanecerão sempre juntas de suas respectivas constantes de acoplamento g_N , por esse motivo e por praticidade será definido $Y_2 = Y_3 = 1$. Será mencionado no decorrer do trabalho a simetria $SU(2) \times U(1)$, nomeada de simetria eletrofraca. Essa simetria corresponde à multiplicação das transformações pelos grupos $U(1)$ e $SU(2)$ respectivamente conforme:

$$e^{-ig_1 Y \vartheta(x)} e^{ig_2 \theta^i(x) \sigma^i}. \quad (30)$$

Os termos cinéticos da equação (24) não são invariantes perante as simetrias locais $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. O fato de se utilizar de uma simetria local implica no surgimento de campos vetoriais (campos de *gauge*), os quais são utilizados para definir a derivada covariante:

$$D_\mu \equiv \mathbb{1} \partial_\mu + \sum_N ig_N Y_N A_{\mu N}^j T_N^j, \quad (31)$$

onde $A_{\mu N}^j$ representa $N^2 - 1$ campos vetoriais necessários para a invariância de cada simetria assumida e $\mathbb{1}$ é uma matriz identidade da dimensão de T_N^j . Para que os dois primeiros termos da equação (24) sejam invariantes busca-se $(D_\mu \chi)' = U_N D_\mu \chi$, o termo U_N é a matriz de transformação na simetria desejada. Para se analisar essa invariância será definido $A_{\mu N}^j T_N^j \equiv A_{\mu N}$. A transformação dos campos vetoriais é:

$$A_{\mu N} \rightarrow A'_{\mu N} = U_N (A_{\mu N} - \frac{i}{g_N Y_N} \partial_\mu) U_N^\dagger. \quad (32)$$

Considerando apenas uma transformação de maneira genérica, isto é, sem especificar a simetria, pode-se definir a transformação da derivada covariante $D_\mu \chi$ usando a equação (28) e (32) conforme:

$$\begin{aligned} (D_\mu \chi)' &= (\partial_\mu + ig Y A'_\mu) \chi' \\ &= (\partial_\mu + ig Y U (A_\mu - \frac{i}{g Y} \partial_\mu) U^\dagger) U \chi \\ &= U \partial_\mu \chi + (\partial_\mu U) \chi + ig Y U A_\mu \chi + U (\partial_\mu U^\dagger) U \chi \\ &= U \partial_\mu \chi + (\partial_\mu U) \chi + ig Y U A_\mu \chi - (\partial_\mu U) U^\dagger U \chi \\ &= U (D_\mu \chi). \end{aligned} \quad (33)$$

A matriz identidade foi omitida e se utilizou da relação $-(\partial_\mu U)U^\dagger = U(\partial_\mu U^\dagger)$. Pode-se mostrar que para um produto de simetrias a derivada covariante tem a mesma propriedade de transformação da equação (33). A matriz de transformação U de certa simetria comuta com os termos referentes a outra simetria.

A presença dos campos vetoriais na lagrangiana implica que termos cinéticos sejam introduzidos para os campos de *gauge*. Para tal, é útil definir os tensores dos campos vetoriais [15, 16] como:

$$F_{\mu\nu} \equiv -\frac{i}{g_N}[D_\mu, D_\nu], \quad (34)$$

onde $F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a T_N^a$, sendo T_N^a **as matrizes geradoras da** simetria do campo vetorial $A_{\mu N}$. A equação acima pode ser reescrita [15] como:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_{\nu N} - \partial_\nu A_{\mu N} + i[A_{\mu N}, A_{\nu N}], \quad (35)$$

Os tensores se transformam conforme

$$F'_{\mu\nu} = U_N F_{\mu\nu} U_N^\dagger. \quad (36)$$

No caso abeliano U_N comuta com $F_{\mu\nu}$ e, portanto, o tensor permanece invariante. Nos casos de simetria não abeliana, é necessário escrever os tensores no termo

$$F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a}, \quad (37)$$

para que sejam invariantes e participem da lagrangiana. Pode-se verificar a invariância por meio do traço:

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} &= \frac{1}{2} \text{tr}[F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}] \\ F_{\mu\nu}'^a F^{\mu\nu a'} &= \frac{1}{2} \text{tr}[F_{\mu\nu}' F^{\mu\nu '}] \\ &= \frac{1}{2} \text{tr}[U F_{\mu\nu} U^\dagger U F^{\mu\nu} U^\dagger] \\ &= \frac{1}{2} \text{tr}[F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}]. \end{aligned} \quad (38)$$

5 Definição dos Campos do Modelo Padrão

Por simplicidade será incluído apenas os férmions da primeira geração (ver seção 2). A simetria da teoria é $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. Os quarks se transformam pelas três simetrias. Apenas quando a análise diz respeito à cor, cada espinor dos quarks (mão direita e esquerda) serão vistos como tripletos de mesmo sabor e com as três cores,

$$n = \begin{pmatrix} n^R \\ n^G \\ n^B \end{pmatrix}, \quad n = u, d \quad (39)$$

enquanto, com relação à simetria $SU(2)$, os quarks de mão esquerda formarão um dubleto e o de mão direita serão singletos.

$$Q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \quad u_R, d_R. \quad (40)$$

O neutrino e o elétron seguem raciocínio semelhante [11] com exceção de não possuírem cor e não existir um campo de mão direita para o neutrino:

$$L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, \quad e_R. \quad (41)$$

Maiores detalhes estão apresentados no apêndice A.1. Nos cálculos, os dubletos serão considerados como um vetor de duas componentes, não tirando o seu real formato de vetor coluna com 4 espinores de Weyl útil nas transformações de Lorentz.

Com o intuito de futuramente obter o bóson de Higgs será introduzido um campo escalar ϕ na forma de dubleto composto pelos campos complexos ϕ_1 e ϕ_2 :

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}. \quad (42)$$

Este campo será utilizado para realizar o mecanismo de Higgs (ver seção 8).

Compreendida a notação usada para definir os campos, será definido como se transforma localmente o campo escalar e cada campo fermiônico. Para a simetria em $U(1)$ local as transformações são:

$$e_R \rightarrow e^{-ig_1 Y_{eR} \vartheta(x)} e_R \quad (43)$$

$$e_L \rightarrow e^{-ig_1 Y_L \vartheta(x)} e_L \quad (44)$$

$$\nu_L \rightarrow e^{-ig_1 Y_L \vartheta(x)} \nu_L \quad (45)$$

$$u_R \rightarrow e^{-ig_1 Y_{uR} \vartheta(x)} u_R \quad (46)$$

$$d_R \rightarrow e^{-ig_1 Y_{dR} \vartheta(x)} d_R \quad (47)$$

$$u_L \rightarrow e^{-ig_1 Y_{qL} \vartheta(x)} u_L \quad (48)$$

$$d_L \rightarrow e^{-ig_1 Y_{qL} \vartheta(x)} d_L \quad (49)$$

$$\phi_1 \rightarrow e^{-ig_1 Y_H \vartheta(x)} \phi_1 \quad (50)$$

$$\phi_2 \rightarrow e^{-ig_1 Y_H \vartheta(x)} \phi_2 \quad (51)$$

A transformação dos dubletos na simetria $SU(2)$ é dada por:

$$L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \rightarrow e^{ig_2 \theta(x)^j \sigma^j} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \quad (52)$$

$$Q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \rightarrow e^{ig_2 \theta(x)^j \sigma^j} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \quad (53)$$

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \rightarrow e^{ig_2 \theta(x)^j \sigma^j} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}. \quad (54)$$

Por fim, em $SU(3)$ tem-se:

$$u_R \rightarrow e^{ig_3 \varsigma(x)^\omega \lambda^\omega} u_R \quad (55)$$

$$d_R \rightarrow e^{ig_3 \varsigma(x)^\omega \lambda^\omega} d_R \quad (56)$$

$$Q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \rightarrow e^{ig_3 \varsigma(x)^\omega \lambda^\omega} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}. \quad (57)$$

Apresentado os campos e como eles se transformam deve-se verificar a invariância da lagrangiana. Essa invariância depende de como será elaborada a lagrangiana e por isso as definições das derivadas covariantes, dos campos vetoriais e dos tensores dos campos vetoriais, serão mostradas na seção a seguir.

6 Construção da lagrangiana do Modelo Padrão

Antes da formulação da lagrangiana é importante definir a derivada covariante, os campos vetoriais e os tensores dos campos vetoriais, além de definir a invariância de cada um desses termos.

6.1 Derivadas covariantes e campos vetoriais

Serão apresentados nessa subseção a definição e a invariância das derivadas covariantes sob transformação pela simetria $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. As derivadas covariantes são:

$$D_\mu e_R = (\partial_\mu - ig_1 Y_{eR} B_\mu) e_R \quad (58)$$

$$D_\mu L = (\partial_\mu - ig_1 Y_L B_\mu + ig_2 W_\mu^j \sigma^j) L \quad (59)$$

$$D_\mu \phi = (\partial_\mu - ig_1 Y_\phi B_\mu + ig_2 W_\mu^j \sigma^j) \phi \quad (60)$$

$$D_\mu u_R = (\partial_\mu - ig_1 Y_{uR} B + ig_3 G_\mu^\omega \lambda^\omega) u_R \quad (61)$$

$$D_\mu d_R = (\partial_\mu - ig_1 Y_{dR} B + ig_3 G_\mu^\omega \lambda^\omega) d_R \quad (62)$$

$$D_\mu Q_L = (\partial_\mu - ig_1 Y_{qL} B_\mu + ig_2 W_\mu^j \sigma^j + ig_3 G_\mu^\omega \lambda^\omega) Q_L \quad (63)$$

Os campos vetoriais B_μ , $W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3$ e $G_\mu^1, G_\mu^2, \dots, G_\mu^7, G_\mu^8$ são necessários para a lagrangiana permanecer invariante sob a transformação local $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ [11, 12]. Tais campos de *gauge* se transformam de acordo [2] com :

$$B'_\mu = B_\mu - \partial_\mu \vartheta(x), \quad (64)$$

$$W'_\mu = e^{ig_2\theta(x)^j\sigma^j}(W_\mu - i\partial_\mu)e^{-ig_2\theta(x)^j\sigma^j} \quad (65)$$

sendo $g_2W_\mu^j\sigma^j \equiv W_\mu$,

$$G'_\mu = e^{ig_3\varsigma(x)^\omega\lambda^\omega}(G_\mu - i\partial_\mu)e^{-ig_3\varsigma(x)^\omega\lambda^\omega} \quad (66)$$

seja $g_3G_\mu^\omega\lambda^\omega \equiv G_\mu$.

As derivadas covariantes dessa subseção respeitam a equação (33) ao transformar por uma das simetrias abordadas. Os termos com derivada covariante que aparecerão na lagrangiana são invariantes conforme

$$(i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi)' = i\bar{\psi}U^\dagger\gamma^\mu UD_\mu\psi = i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi \quad (67)$$

$$((D_\mu\phi)^\dagger D^\mu\phi)' = (D_\mu\phi)^\dagger U^\dagger UD^\mu\phi = (D_\mu\phi)^\dagger D^\mu\phi \quad (68)$$

sendo ψ o campo espinorial, $\bar{\psi}' = \bar{\psi}U^\dagger$, ϕ o campo escalar e U a transformação destes campos em qualquer um dos grupos de simetria. Tendo discutido a invariância das derivadas covariantes, será abordada na próxima subseção os tensores dos campos de *gauge*.

6.2 Tensores dos campos vetoriais

A definição dos tensores dos campos vetoriais da subseção anterior é realizada utilizando a equação (35). O campo B_μ é definido por:

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (69)$$

O campo vetorial W_μ , por sua vez compõe o seguinte tensor:

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - 2g_2\epsilon_{ijk}W_\mu^jW_\nu^k. \quad (70)$$

E, por fim, o tensor do campo vetorial G_μ é:

$$G_{\mu\nu}^\omega = \partial_\mu G_\nu^\omega - \partial_\nu G_\mu^\omega - 2g_3f_{\omega\kappa\theta}G_\mu^\kappa G_\nu^\theta, \quad (71)$$

Para a lagrangiana ser invariante os termos que possuem tensores vetoriais devem ser invariantes. O tensor $B_{\mu\nu}$ é invariante pela simetria $U(1)$, pois é uma simetria abeliana. Os demais campos vetoriais possuem transformações que não proporcionam invariância para os tensores, portanto, precisa-se escrevê-los no termo

$$F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} \quad (72)$$

para que sejam invariantes e participem da lagrangiana.

6.3 A lagrangiana

Utilizando as definições estabelecidas até aqui, é possível escrever a lagrangiana

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{MP} = & i\bar{e}_R\cancel{D}e_R + i\bar{L}\cancel{D}L + (D^\mu\phi)^\dagger D_\mu\phi + i\bar{Q}_L\cancel{D}Q_L + i\bar{u}_R\cancel{D}u_R + i\bar{d}_R\cancel{D}d_R \\ & - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a\ \mu\nu} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^\omega G^{\omega\ \mu\nu} - \lambda_\phi(\phi^\dagger\phi)^2 - \mu^2\phi^\dagger\phi \\ & - (\mathbb{C}_1\bar{L}\phi e_R + \mathbb{C}_2\bar{Q}_L\phi u_R + \mathbb{C}_3\bar{Q}_L\phi d_R + h.c) \\ & - (\mathbb{C}_4\bar{L}\tilde{\phi}e_R + \mathbb{C}_5\bar{Q}_L\tilde{\phi}u_R + \mathbb{C}_6\bar{Q}_L\tilde{\phi}d_R + h.c.) \end{aligned} \quad (73)$$

sendo μ^2 e λ_ϕ constantes arbitrárias do potencial; h.c. é o hermitiano conjugado do termo que o precede; \mathbb{C}_n , $n = 1, 2, \dots, 6$, são constantes complexas e arbitrárias. O uso do hermitiano conjugado se dá para se adquirir uma lagrangiana real, sendo essencial quando calcula-se a densidade de energia, fornecendo uma energia real. O termo $\tilde{\phi}$ será explicado na seção 8, equação (81). Define-se $\cancel{D} \equiv \gamma^\mu D_\mu$. Na lagrangiana acima, pode-se indagar a ausência de um termo de massa tanto dos férmions quanto dos tensores. Esta ausência será explicada na seção 7 a seguir.

7 Termo de massa

Será apresentado na próxima seção a atuação do mecanismo de Higgs proporcionando a massa dos férmions e dos campos vetoriais [2, 11]. Existe um motivo do porquê não existir termos para massa antes do mecanismo de Higgs, o qual está atrelado à invariância da lagrangiana. Caso houvesse a massa dos férmions ela seria descrita por meio da expressão [11]

$$\mathcal{L}_{massaf} = -m_n(\bar{\psi}_n\psi_n) = -m_n(\psi_n^\dagger\gamma^0\psi_n). \quad (74)$$

Os termos invariantes de Lorentz são mensuráveis fisicamente. Considerando isso e utilizando da equação de movimento e do quadri momento pode-se relacionar a constante do termo quadrático com a massa da partícula. Na transformação $U(1)$ a invariância permanece, dado que nessa simetria a transformação é uma fase e o termo $\bar{\psi}$ se transforma com a fase inversa do termo ψ . Mas o termo de massa deixa de ser invariante no caso da transformação por $SU(2)$,

$$\mathcal{L}'_{massaf} = -m_n(\bar{\psi}_n\psi_n)' = -m_n[n_L^\dagger\gamma^0 n_R + n_R^\dagger\gamma^0 n_L]' \neq -m_n(\bar{\psi}_n\psi_n). \quad (75)$$

Como não foi definido apenas a transformação de n_L em $SU(2)$, mas sim do dubleto a qual faz parte, L_n , é útil reescrever \mathcal{L}'_{massaf} , para provar a equação (75), como:

$$\mathcal{L}'_{massaf} = -m_n[\bar{L}_n B \gamma^0 n_R + n_R^\dagger \gamma^0 B^\dagger L_n]', \quad (76)$$

sendo

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbb{1} \end{pmatrix}. \quad (77)$$

O termo de massa é então transformado com a matriz U por $SU(2)$ conforme:

$$\mathcal{L}'_{massaf} = -m_n[(\bar{L}_n U^\dagger) B \gamma^0 n_R + n_R^\dagger \gamma^0 B^\dagger (U L_n)]. \quad (78)$$

Como $U^\dagger B \neq \mathbb{1}$ então $\mathcal{L}'_{massaf} \neq \mathcal{L}_{massaf}$. Desta forma conclui-se que (74) não é uma equação invariante pela transformação em $SU(2)$, impossibilitando sua inclusão na lagrangiana.

Pelo mesmo motivo os campos vetoriais não apresentam termos com massa. Caso houvesse termos de massa [6] seriam do tipo

$$\mathcal{L}_{massaV} = \frac{M_B^2}{2} B_\mu B^\mu + \frac{M_W^2}{2} W_\mu^j W^{j\mu} + \frac{M_G^2}{2} G_\mu^\omega G^{\omega\mu}. \quad (79)$$

Ao se realizar a transformação desses termos, em qualquer uma das simetrias, se obteria termos diferentes, isto é, a equação não é invariante.

Devido à ausência desses termos de massa na lagrangiana e o conhecimento experimental de que os férmions e os bósons possuem massa faz-se necessário um ajuste no modelo. Historicamente falando, primeiro foi descoberto que os bósons Z e W^\pm possuem massa devido ao curto alcance da interação que eles realizam, e por este motivo buscou-se acrescentar termos de massa na lagrangiana [9, 17]. Tal ajuste será realizado na seção subsequente e é proporcionado pelo mecanismo de Higgs.



8 Campo escalar na lagrangiana e o mecanismo de Higgs

Essa seção irá tratar do campo escalar ϕ na lagrangiana do Modelo Padrão e como este campo é responsável pelo mecanismo de Higgs. O mecanismo de Higgs implica em uma situação específica de mínima energia em que se obtém termos de massa na lagrangiana [2, 6, 11, 12].

As componentes da lagrangiana que incluem o campo ϕ são:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\phi &= (D^\mu \phi)^\dagger D_\mu \phi - \frac{\lambda_\phi}{2} (\phi^\dagger \phi)^2 - \mu^2 \phi^\dagger \phi \\ &\quad - (\mathbb{C}_1 \bar{L} \phi e_R + \mathbb{C}_2 \bar{Q}_L \phi u_R + \mathbb{C}_3 \bar{Q}_L \phi d_R + h.c.) \\ &\quad - (\mathbb{C}_4 \bar{L} \tilde{\phi} e_R + \mathbb{C}_5 \bar{Q}_L \tilde{\phi} u_R + \mathbb{C}_6 \bar{Q}_L \tilde{\phi} d_R + h.c.) \end{aligned} \quad (80)$$

O campo $\tilde{\phi}$ [2, 11] é definido da seguinte forma:

$$\tilde{\phi} \equiv i\sigma^2 \phi^*. \quad (81)$$

Pela definição vale ressaltar a igualdade

$$\begin{aligned} (D^\mu \phi)^\dagger D_\mu \phi - \lambda_\phi (\phi^\dagger \phi)^2 - \mu^2 \phi^\dagger \phi &= \\ (D^\mu \tilde{\phi})^\dagger D_\mu \tilde{\phi} - \lambda_\phi (\tilde{\phi}^\dagger \tilde{\phi})^2 - \mu^2 \tilde{\phi}^\dagger \tilde{\phi} & \end{aligned} \quad (82)$$

que justifica a ausência de um dos dois termos acima na equação (80). $\tilde{\phi}$ se transforma por $U(1)$ e $SU(2)$, respectivamente como:

$$\tilde{\phi}' = e^{-ig_1 Y_{\tilde{\phi}} \vartheta(x)} \tilde{\phi}, \quad (83)$$

$$\tilde{\phi}' = e^{ig_2 \theta(x)^j \sigma^j} \tilde{\phi}, \quad (84)$$

sendo $Y_{\tilde{\phi}} = -Y_{\phi}$, conforme a transformação de $U(1)$ de ϕ . A transformação de $\tilde{\phi}$ em $SU(2)$ não interfere na invariância da lagrangiana, entretanto a transformação em $U(1)$ impõe alguns vínculos sobre a lagrangiana.

As constantes C_n são complexas e por esse motivo pode-se reescrevê-las⁵ como $|\mathbb{C}|_N e^{i\theta_N}$. Pode-se também aplicar uma transformação arbitrária nos férmions de mão direita, isto é, reescrevê-los com uma certa fase. Tal redefinição equivale a uma transformação $U(1)$ global que não atrapalha na invariância da lagrangiana, pois esta é invariante por $U(1)$ local e, portanto, também global. Sendo assim, escolhe-se transformar os férmions de mão direita com a fase inversa de sua respectiva constante \mathbb{C} , resultando na igualdade

$$|\mathbb{C}|_N e^{i\theta_N} \psi_{Rn} e^{-i\theta_N} = |\mathbb{C}|_N \psi_{Rn}, \quad (85)$$

Logo podemos considerar constantes reais e positivas. Por fim, estabelecendo $|\mathbb{C}_n| = C_n$, chega-se nos acoplamento de Yukawa:

$$\begin{aligned} & -(C_1 \bar{L} \phi e_R + C_2 \bar{Q}_L \phi u_R + C_3 \bar{Q}_L \phi d_R + h.c.) \\ & -(C_4 \bar{L} \tilde{\phi} e_R + C_5 \bar{Q}_L \tilde{\phi} u_R + C_6 \bar{Q}_L \tilde{\phi} d_R + h.c.). \end{aligned} \quad (86)$$

A seguir serão analisadas as transformações da lagrangiana \mathcal{L}_{ϕ} , equação (80), para verificar sua invariância. O termo $(D^{\mu} \phi)^{\dagger} D_{\mu} \phi$ é invariante e foi verificado na equação (68). Já os termos $-\lambda_{\phi}(\phi^{\dagger} \phi)^2 - \mu^2 \phi^{\dagger} \phi$ são invariantes conforme:

$$\begin{aligned} \lambda_{\phi}(\phi'^{\dagger} \phi')^2 - \mu^2 \phi'^{\dagger} \phi' &= \lambda_{\phi}(\phi^{\dagger} U^{\dagger} U \phi)^2 - \mu^2 \phi^{\dagger} U^{\dagger} U \phi, \\ &= \lambda_{\phi}(\phi^{\dagger} \phi)^2 - \mu^2 \phi^{\dagger} \phi, \end{aligned} \quad (87)$$

sendo U as transformações de ϕ sob as simetrias $SU(2)$ e $U(1)$. Por sua vez, os acoplamentos de Yukawa se transformam como:

$$\begin{aligned} & -(e^{ig_1 \vartheta(x)(Y_L - Y_{\phi} - Y_{eR})} C_1 \bar{L} \phi e_R + e^{ig_1 \vartheta(x)(Y_{qL} - Y_{\phi} - Y_{uR})} C_2 \bar{Q}_L \phi u_R \\ & + e^{ig_1 \vartheta(x)(Y_{qL} - Y_{\phi} - Y_{dR})} C_3 \bar{Q}_L \phi d_R + e^{ig_1 \vartheta(x)(Y_L + Y_{\phi} - Y_{eR})} C_4 \bar{L} \tilde{\phi} e_R \\ & + e^{ig_1 \vartheta(x)(Y_{qL} + Y_{\phi} - Y_{uR})} C_5 \bar{Q}_L \tilde{\phi} u_R + e^{ig_1 \vartheta(x)(Y_{qL} + Y_{\phi} - Y_{dR})} C_6 \bar{Q}_L \tilde{\phi} d_R) + h.c. \end{aligned} \quad (88)$$

A invariância da equação (88) depende das hipercargas se cancelarem nas exponenciais. Para que tal fato ocorra criam-se vínculos entre as hipercargas. Será assumido $Y_{\phi} \neq 0$, pois caso contrário o campo ϕ não transformaria por $U(1)$. Como consequência, ϕ e $\tilde{\phi}$ não podem multiplicar os mesmos espinores, devendo-se escolher quais das constantes C_n serão iguais a zero. Define-se $C_1 \neq 0$ e $C_4 = 0$, pois caso contrário o elétron não será massivo conforme mostrado na seção 8.3.2. Outra escolha que feita é ϕ multiplicando d_R e $\tilde{\phi}$ multiplicando u_R . Uma escolha diferente com esses termos pode resultar em uma dependência entre as massas dos quarks ou uma igualdade na carga elétrica, ambos não constatados experimentalmente.

Com todo esse raciocínio e renomeando as constantes C_n por serem arbitrárias, os acoplamentos de Yukawa se tornam:

$$-(C_1 \bar{L} \phi e_R + C_2 \bar{Q}_L \tilde{\phi} u_R + C_3 \bar{Q}_L \phi d_R) + h.c. \quad (89)$$

Tal escolha fornece os seguintes vínculos entre as hipercargas:

$$\begin{aligned} Y_L &= Y_{\phi} + Y_{eR}, \\ Y_{qL} &= Y_{uR} - Y_{\phi}, \\ Y_{qL} &= Y_{dR} + Y_{\phi}. \end{aligned} \quad (90)$$

8.1 Equações de movimento

Mostrada a invariância de \mathcal{L}_{ϕ} e definida uma relação entre as hipercargas, será necessário encontrar as equações de movimento por meio da equação de Euler e Lagrange, pois serão úteis para realizar uma análise do estado de menor energia (vácuo) do Modelo Padrão. Temos a seguinte lagrangiana para o Modelo Padrão:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{MP} &= i\bar{e}_R \not{\partial} e_R + i\bar{L} \not{\partial} L + (D^{\mu} \phi)^{\dagger} D_{\mu} \phi + i\bar{Q}_L \not{\partial} Q_L + i\bar{u}_R \not{\partial} u_R + i\bar{d}_R \not{\partial} d_R \\ & - \lambda_{\phi}(\phi^{\dagger} \phi)^2 - \mu^2 \phi^{\dagger} \phi - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{a\ \mu\nu} - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^{\omega} G^{\omega\ \mu\nu} \\ & - C_1 \bar{L} \phi e_R - C_1 \bar{e}_R \phi^{\dagger} L - C_2 \bar{Q}_L \tilde{\phi} u_R - C_2 \bar{u}_R \tilde{\phi}^{\dagger} Q_L \\ & - C_3 \bar{Q}_L \phi d_R - C_3 \bar{d}_R \phi^{\dagger} Q_L. \end{aligned} \quad (91)$$

⁵A reescrita das constantes \mathbb{C} só é possível considerando uma única geração de férmions.

Sendo.

$$C_2 \bar{u}_R \tilde{\phi}^\dagger Q_L = C_2 \bar{u}_R (i\phi^t \sigma^2) Q_L = i C_2 \bar{u}_R Q_L \sigma^2 \phi = C_2 \bar{u}_R Q_L \epsilon \phi, \quad (92)$$

com

$$\epsilon = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Realizando a derivada funcional com relação à ϕ^\dagger obtém-se uma equação para ϕ :

$$D^\mu D_\mu \phi = -2\lambda_\phi \left(|\phi|^2 + \frac{\mu^2}{\lambda_\phi} \right) \phi - C_1 \bar{e}_R L + C_2 \bar{u}_R Q_L \epsilon - C_3 \bar{d}_R Q_L. \quad (93)$$

Para os campos espinoriais encontra-se:

$$\bar{L} \rightarrow 0 = i\mathcal{D}L - C_1 \phi e_R, \quad (94)$$

$$e_R^\dagger \rightarrow 0 = i\mathcal{D}e_R + C_1 \phi^\dagger L, \quad (95)$$

$$\bar{Q}_L \rightarrow 0 = i\mathcal{D}Q_L - C_2 \phi u_R - C_3 \phi d_R, \quad (96)$$

$$u_R^\dagger \rightarrow 0 = i\mathcal{D}u_R + C_2 \tilde{\phi}^\dagger Q_L, \quad (97)$$

$$d_R^\dagger \rightarrow 0 = i\mathcal{D}d_R + C_3 \phi^\dagger Q_L. \quad (98)$$

A equação de movimento dos campos vetoriais são, começando com B_μ ,

$$\begin{aligned} \partial_\nu B^{\mu\nu} = & g_1 [\bar{e}_R Y_{eR} \gamma^\mu e_R + \bar{L} Y_L \gamma^\mu L + i\phi^\dagger Y_\phi D^\mu \phi - i(D^\mu H)^\dagger Y_\phi \phi \\ & + \bar{Q}_L Y_{qL} \gamma^\mu Q_L + \bar{u}_R Y_{uR} \gamma^\mu u_R + \bar{d}_R Y_{dR} \gamma^\mu d_R], \end{aligned} \quad (99)$$

já para o campo W_μ^a

$$\begin{aligned} \partial_\nu (\partial^\mu W^{\nu\alpha} - \partial^\nu W^{\mu\alpha}) = & g_2 [-\bar{L} \gamma^\mu \sigma^a L - i\phi^\dagger \sigma^a D^\mu \phi + i(D^\mu H)^\dagger \sigma^a \phi \\ & - \bar{Q}_L \gamma^\mu \sigma^a Q_L + W^{i\alpha\mu} \epsilon_{ija} W_\alpha^j]. \end{aligned} \quad (100)$$

Por fim, para o campo G_μ^ω

$$\partial_\nu (\partial^\mu G^{\nu\omega} - \partial^\nu G^{\mu\omega}) = g_3 [-\bar{Q}_L \gamma^\mu \lambda^\omega Q_L - \bar{u}_R \gamma^\mu \lambda^\omega u_R - \bar{d}_R \gamma^\mu \lambda^\omega d_R + G^{\rho\alpha\mu} f_{\rho\kappa\omega} G_\alpha^\kappa]. \quad (101)$$

Mostrada as equações de movimento dos campos, será analisado o Tensor Energia Momento para dar continuidade à discussão do mecanismo de Higgs.

8.2 Tensor de Energia Momento da lagrangiana

Para compreender o espectro das partículas, isto é, as perturbações sobre o estado de menor energia, é necessário determinar o Tensor Energia Momento, definido em (26). Utilizando a lagrangiana do Modelo Padrão, obtém-se:

$$\begin{aligned} T_\rho^\mu = & (D^\mu \phi)^\dagger \partial_\rho \phi + \partial_\rho \phi^\dagger (D^\mu \phi) \\ & + i\bar{e}_R \gamma^\mu \partial_\rho e_R + i\bar{L} \gamma^\mu \partial_\rho L + i\bar{Q}_L \gamma^\mu \partial_\rho Q_L + i\bar{u}_R \gamma^\mu \partial_\rho u_R + i\bar{d}_R \gamma^\mu \partial_\rho d_R \\ & + B^{\nu\mu} \partial_\rho B_\nu + W^{a\nu\mu} \partial_\rho W_\nu^a + G^{\omega\nu\mu} \partial_\rho G_\nu^\omega \\ & - \delta_\rho^\mu \left[i\bar{e}_R \mathcal{D}e_R + i\bar{L} \mathcal{D}L + (D^\eta \phi)^\dagger D_\eta \phi + i\bar{Q}_L \mathcal{D}Q_L + iu_R^\dagger \mathcal{D}u_R + id_R^\dagger \mathcal{D}d_R \right. \\ & - \lambda_\phi (\phi^\dagger \phi)^2 - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \frac{1}{4} B_{\eta\nu} B^{\eta\nu} - \frac{1}{4} W_{\eta\nu}^a W^{a\eta\nu} - \frac{1}{4} G_{\eta\nu}^\omega G^{\omega\eta\nu} \\ & \left. - C_1 \bar{L} \phi e_R + h.c. - C_2 \bar{Q}_L \phi u_R + h.c. - C_3 \bar{Q}_L \phi d_R + h.c. \right]. \end{aligned} \quad (102)$$

Utilizando das equações de movimento, obtidas na seção 8.1 o Tensor Energia Momento pode ser escrito como:

$$\begin{aligned}
T_\rho^\mu &= (D^\mu \phi)^\dagger \partial_\rho \phi + \partial_\rho \phi^\dagger (D^\mu \phi) \\
&+ i\bar{e}_R \gamma^\mu \partial_\rho e_R + i\bar{L} \gamma^\mu \partial_\rho L + i\bar{Q}_L \gamma^\mu \partial_\rho Q_L + i\bar{u}_R \gamma^\mu \partial_\rho u_R + i\bar{d}_R \gamma^\mu \partial_\rho d_R \\
&+ B^{\nu\mu} \partial_\rho B_\nu + W^{a\nu\mu} \partial_\rho W_\nu^a + G^{\omega\nu\mu} \partial_\rho G_\nu^\omega \\
&- \delta_\rho^\mu \left[(D^\eta \phi)^\dagger D_\eta \phi \right. \\
&\left. - \lambda_\phi (\phi^\dagger \phi)^2 - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \frac{1}{4} B_{\eta\nu} B^{\eta\nu} - \frac{1}{4} W_{\eta\nu}^a W^{a\eta\nu} - \frac{1}{4} G_{\eta\nu}^\omega G^{\omega\eta\nu} \right].
\end{aligned} \tag{103}$$

A análise da densidade de energia do tensor na equação acima não é trivial. Para isso, é proveitoso redefinir o tensor de tal forma que ele ainda seja conservado, mas seja simétrico nos índices μ e ρ [16]. Essa redefinição é possível ao se somar ao tensor um termo J_ρ^μ que satisfaça

$$\partial_\mu J_\rho^\mu = 0. \tag{104}$$

Utilizando os campos vetoriais e seus tensores adota-se J_ρ^μ como:

$$\begin{aligned}
J_\rho^\mu &= \partial_\nu (B^{\mu\nu} B_\rho) \\
&+ \partial_\nu (W^{a\mu\nu} W_\rho^a) \\
&+ \partial_\nu (G^{\omega\mu\nu} G_\rho^\omega).
\end{aligned} \tag{105}$$

A equação (105) satisfaz a condição em (104) e, portanto, pode-se utilizá-la para reescrever o Tensor Energia Momento:

$$\begin{aligned}
T_\rho^\mu &= (D^\mu \phi)^\dagger \partial_\rho \phi + \partial_\rho \phi^\dagger (D^\mu \phi) \\
&+ i\bar{e}_R \gamma^\mu \partial_\rho e_R + i\bar{L} \gamma^\mu \partial_\rho L + i\bar{Q}_L \gamma^\mu \partial_\rho Q_L + i\bar{u}_R \gamma^\mu \partial_\rho u_R + i\bar{d}_R \gamma^\mu \partial_\rho d_R \\
&+ B^{\nu\mu} \partial_\rho B_\nu + W^{a\nu\mu} \partial_\rho W_\nu^a + G^{\omega\nu\mu} \partial_\rho G_\nu^\omega \\
&- \delta_\rho^\mu \left[(D^\eta \phi)^\dagger D_\eta \phi \right. \\
&\left. - \lambda_\phi (\phi^\dagger \phi)^2 - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \frac{1}{4} B_{\eta\mu} B^{\eta\mu} - \frac{1}{4} W_{\eta\mu}^a W^{a\eta\mu} - \frac{1}{4} G_{\eta\mu}^\omega G^{\omega\eta\mu} \right] \\
&+ g_1 [\bar{e}_R Y_{eR} \gamma^\mu e_R + \bar{L} Y_L \gamma^\mu L + i\phi^\dagger Y_\phi D_\mu \phi - i(D^\mu \phi)^\dagger Y_\phi \phi \\
&+ \bar{Q}_L Y_{qL} \gamma^\mu Q_L + \bar{u}_R Y_{uR} \gamma^\mu u_R + \bar{d}_R Y_{dR} \gamma^\mu d_R] B_\rho + B^{\mu\nu} (\partial_\nu B_\rho) \\
&+ \left[g_2 [-\bar{L} \gamma^\mu \sigma^a L - i\phi^\dagger \sigma^i D_\mu \phi + i(D^\mu \phi)^\dagger \sigma^a \phi \right. \\
&\left. - \bar{Q}_L \gamma^\mu \sigma^a Q_L] + W^{a\alpha\mu} g_2 \epsilon_{ija} W_\alpha^j \right] W_\rho^a + W^{a\mu\nu} (\partial_\nu W_\rho^a) \\
&+ \left[g_3 [-\bar{Q}_L \gamma^\mu \lambda^\omega Q_L - \bar{u}_R \gamma^\mu \lambda^\omega u_R - \bar{d}_R \gamma^\mu \lambda^\omega d_R] \right. \\
&\left. + G_\rho^{\alpha\mu} g_3 \epsilon_{\rho\kappa\omega} G_\alpha^\kappa \right] G_\rho^\omega + G^{\omega\mu\mu} (\partial_\mu G_\rho^\omega).
\end{aligned} \tag{106}$$

Simplificando a equação acima com as equações de movimento da seção 8.1 e considerando apenas a densidade de energia, T^{00} , obtém-se:

$$\begin{aligned}
T^{00} &= |D^0 \phi|^2 + |D^i \phi|^2 \\
&+ i\bar{e}_R \gamma^0 D^0 e_R + i\bar{L} \gamma^0 D^0 L + i\bar{Q}_L \gamma^0 D^0 Q_L + i\bar{u}_R \gamma^0 D^0 u_R + i\bar{d}_R \gamma^0 D^0 d_R \\
&+ \frac{1}{2} (B_{i0})^2 + \frac{1}{2} (W_{i0}^a)^2 + \frac{1}{2} (G_{i0}^\omega)^2 + \frac{1}{4} (B_{lm})^2 + \frac{1}{4} (W_{lm}^a)^2 + \frac{1}{4} (G_{lm}^\omega)^2 \\
&+ \lambda_\phi (\phi^\dagger \phi)^2 + \mu^2 \phi^\dagger \phi,
\end{aligned} \tag{107}$$

sendo $|D^i|^2 = D^{i\dagger} D^i$. Busca-se nesta equação a menor densidade de energia possível para determinar o estado de vácuo. Sendo assim algumas considerações e imposições serão feitas.

Os termos quadráticos na equação (107) têm uma contribuição positiva e, portanto, para obter o menor valor da densidade de energia eles devem valer zero. Tal implicação proporciona configurações específicas dos campos vetoriais.

Há valores de B_μ , W_μ e G_μ que fornecerão valor zero para os termos quadráticos dos seus respectivos tensores. Dentre esses valores há um conjunto específico relacionado entre si pelas transformações de *gauge* vistas na seção 5. Esse conjunto específico é de grande interesse, pois a física do problema é mantida invariante sobre tais transformações. Explicado isso, escolhe-se os seguintes valores para os campos vetoriais:

$$B_\mu = W_\mu^a = G_\mu^\omega = 0 \quad (108)$$

Por meio das transformações das simetrias abordadas, essa escolha de campos da equação (108) pode abordar todo o conjunto específico que fornece a condição de mínimo desejada nos termos quadráticos. Por exemplo, ao se fazer uma transformação de *gauge* em B_μ do tipo

$$B'_\mu = B_\mu - \partial_\mu \vartheta \quad (109)$$

se obtém $B'_\mu = -\partial_\mu \theta$, um novo campo vetorial que fornece a mesma física do campo $B_\mu = 0$ e, também, $B_{\mu\nu} = 0$. Pode-se transformar os outros campos vetoriais conforme as transformações da seção 5 e obter a mesma verificação de que os tensores vetoriais permanecem iguais a zero.

Quanto ao campo ϕ , este será assumido como constante em todo espaço-tempo, para se obter um estado de mínima densidade de energia. Esse valor constante será:

$$\phi_0 = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \rho_1 + i\rho_2 \\ \rho_3 + i\rho_4 \end{pmatrix}, \quad (110)$$

onde ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 , e ρ_4 são constantes reais. Sendo assim, com as considerações das equações (108) e (110) a densidade de energia se torna:

$$\begin{aligned} T^{00} &= i\bar{e}_R\gamma^0\partial^0 e_R + i\bar{L}\gamma^0\partial^0 L + i\bar{Q}_L\gamma^0\partial^0 Q_L + i\bar{u}_R\gamma^0\partial^0 u_R + i\bar{d}_R\gamma^0\partial^0 d_R \\ &\quad + \lambda_\phi(\phi_0^\dagger\phi_0)^2 + \mu^2\phi_0^\dagger\phi_0 \end{aligned} \quad (111)$$

Para se obter a mínima energia do Tensor Energia Momento, o campo fermiônico será definido da seguinte maneira:

$$\psi = \mathbb{A}(x)e^{-i\omega t}, \quad (112)$$

sendo ψ já definido como o vetor coluna representando os férmions. $\mathbb{A}(x)$ também é um vetor coluna com mesma quantidade de componentes e é dependente do espaço tridimensional, além de representar a densidade do férmion em questão quando escrito como $|\mathbb{A}|^2$. Devido à ausência dos campos vetoriais a derivada covariante será apenas uma derivada parcial. Sendo assim, os termos com os férmions na densidade de energia podem ser descritos da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} i\bar{\psi}\gamma^0\partial^0\psi &= i\psi^\dagger\gamma_0\gamma^0\partial^0\psi \\ &= i(\mathbb{A}(x)e^{-i\omega t})^\dagger\partial^0(\mathbb{A}(x)e^{-i\omega t}) \\ &= |\mathbb{A}(x)|^2\omega \end{aligned} \quad (113)$$

O resultado obtido é positivo dada a consideração que a energia ω é positiva. Então, para fornecer a menor contribuição na densidade de energia deve-se adotar a densidade do férmion $|\mathbb{A}|^2$ igual a zero. Com isso zera-se a participação dos férmions na equação 111 assumindo um sistema sem a presença deles. Este estado é o estado de vácuo.

O Tensor Energia Momento permanece invariante sobre as transformações $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, e com todas as definições feitas até agora chega-se na densidade de energia

$$T^{00} = \lambda_\phi(\phi_0^\dagger\phi_0)^2 + \mu^2\phi_0^\dagger\phi_0, \quad (114)$$

que equivale ao potencial $V(\phi_0)$. Vale analisar essa equação e se questionar quanto ao caráter positivo ou negativo de λ_ϕ e μ^2 . Se $\lambda_\phi < 0$ o potencial se tornará cada vez mais negativo quanto maior o valor de $|\phi_0|^2$ o que implica na perda de energia por parte do campo ϕ de forma infinita, algo que leva uma instabilidade na física. A densidade de energia tenderia a valores mais negativos sem existir um mínimo. Por conseguinte, para não ocorrer uma solução instável, define-se $\lambda_\phi > 0$ [12]. A escolha do sinal de μ^2 pode ser melhor compreendida analisando os extremos da equação (114). Como a densidade de energia depende de $|\phi_0|^2$ será definido $|\phi_0| = x$ para encontrar o valor de tais extremos da densidade de energia impondo:

$$\frac{\partial T^{00}}{\partial x} = 0, \quad (115)$$

$$(116)$$

resultando em

$$4\lambda_\phi x^3 + 2\mu^2 x = 0 \quad \rightarrow \quad x(4\lambda_\phi x^2 + 2\mu^2) = 0 \quad (117)$$

$$\rightarrow x = 0, \quad \text{ou} \quad x \neq 0 \rightarrow x^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda_\phi}. \quad (118)$$

Dessa forma encontra-se as soluções $|\phi_0| = 0$ ou $|\phi_0|^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda_\phi}$. Percebe-se que $x = 0$ é a única solução possível para $\mu^2 > 0$, pois nesta definição de μ^2 o termo $|\phi_0|^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda_\phi}$ não é possível. Logo, $\mu^2 > 0$ implica que $|\phi| = 0$ é uma solução de mínimo, dado que T^{00} será composto pela soma de termos positivos. No caso de $\mu^2 < 0$ ambas as soluções da equação (118) são possíveis. Analisando T^{00} conforme

$$|\phi_0|^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda_\phi} \quad \rightarrow \quad T^{00}(\phi_0) = \frac{-\mu^4}{4\lambda_\phi}, \quad (119)$$

$$|\phi_0|^2 = 0 \quad \rightarrow \quad T^{00}(0) = 0. \quad (120)$$

percebe-se, no caso $\mu^2 < 0$, que $|\phi| = 0$ é um máximo local e $|\phi|^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda_\phi}$ é um mínimo local.

Como busca-se o estado de menor densidade de energia, será utilizado $\mu^2 < 0$ e $|\phi_0|^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda_\phi}$, com esse valor de ϕ_0 e com sua definição, equação (110), se obtém a igualdade

$$|\phi_0|^2 = \frac{1}{2}(\rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_3^2 + \rho_4^2) = \frac{v^2}{2}, \quad (121)$$

definindo

$$v^2 \equiv \frac{-\mu^2}{\lambda_\phi}. \quad (122)$$

Devido à degenerescência dessa expressão, a igualdade é mantida por diversas combinações possíveis de ρ_1, ρ_2, ρ_3 e ρ_4 . Como ϕ se transformar pelas transformações de *gauge* tem-se que as diferentes combinações de ρ 's, em ϕ_0 , proporcionam a mesma física para qualquer uma das soluções de mínimo. Dessa maneira as soluções da equação (121) são conectadas por transformações de *gauge* o que permite a escolha de um caso específico:

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (123)$$

Essa definição de ϕ_0 é equivalente aos outros casos de menor energia devido à transformação pela simetria $SU(2) \times U(1)$, conforme será verificado a seguir. A constante $\frac{1}{\sqrt{2}}$ é um fator de normalização. A transformação pela simetria $SU(2) \times U(1)$ é definida como:

$$e^{i(g_2\theta^j\sigma^j - g_1Y_\phi\vartheta)}, \quad (124)$$

e ao aplica-la em ϕ_0 não acarretará em mudança do valor do mínimo da densidade de energia, conforme:

$$\begin{aligned} T^{00}(\phi'_0) &= \lambda_\phi(\phi_0^\dagger e^{-i(g_2\theta^j\sigma^j - g_1Y_\phi\vartheta)} e^{i(g_2\theta^j\sigma^j - g_1Y_\phi\vartheta)} \phi_0)^2 \\ &\quad + \mu^2(\phi_0^\dagger e^{-i(g_2\theta^j\sigma^j - g_1Y_\phi\vartheta)} e^{i(g_2\theta^j\sigma^j - g_1Y_\phi\vartheta)} \phi_0) \\ &= \frac{\mu^4}{4\lambda_\phi} - \frac{\mu^4}{2\lambda_\phi} \\ T^{00}(\phi'_0) &= -\frac{\mu^4}{4\lambda_\phi} = T^{00}(\phi_0). \end{aligned} \quad (125)$$

Por conveniência define-se $m^2 = -\mu^2$, sendo m um valor real. Outra escolha realizada será somar uma constante à lagrangiana, que equivale a somar uma constante ao potencial do campo ϕ . Essa alteração não mudará em nada as equações de movimento nem a invariância do sistema, entretanto, fará o mínimo da densidade de energia ser zero:

$$\begin{aligned} V &\rightarrow V + \frac{m^4}{4\lambda_\phi} \\ T^{00} \rightarrow T^{00}_{shift} &= \lambda_\phi(\phi^\dagger\phi)^2 - m^2\phi^\dagger\phi + \frac{m^4}{4\lambda_\phi} \\ &= \lambda_\phi(|\phi|^2 - |\phi_0|^2)^2. \end{aligned} \quad (126)$$

Definida uma configuração de vácuo na equação (123) será feito na próxima seção uma pequena excitação nos campos vetoriais ao redor do valor de mínima energia, como se acrescentasse partículas no vácuo.

8.3 Quebra de simetria

O estado de mínima energia proporcionará a quebra da simetria $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$. A quebra de simetria ocorre, pois o estado de vácuo não mantém a invariância por $SU(2) \times U(1)$ manifesta. O campo ϕ excitado no estado de mínima energia é:

$$\phi = \phi_0 + \delta\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \rho_1(x) + i\rho_2(x) \\ v + h(x) + i\rho_3(x) \end{pmatrix}. \quad (127)$$

Os campos de *gauge* e fermiônicos não serão mostrados, pois suas excitações são os próprios campos.

Será analisado a lagrangiana para estas excitações dos campos, para isso a lagrangiana original deve ser reescrita em termos das excitações.

8.3.1 Novos campos após a quebra de simetria

Para melhor trabalhar com os novos campos, rescreve-se o campo complexo ϕ da seguinte maneira:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} U(x) \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}, \quad (128)$$

definindo o termo $U(x)$ como

$$U(x) = e^{ig_4\varrho(x)^j\sigma^j}, \quad (129)$$

de forma que

$$e^{ig_4\varrho(x)^j\sigma^j} = e^{ig_1Y_\phi\vartheta(x)} e^{-ig_2\theta(x)^i\sigma^i}. \quad (130)$$

Nessa notação é mantida a presença de quatro campos reais, sendo assim, não altera os graus de liberdade do campo ϕ . Para manter a igualdade das equações (127) e (128) deve-se escolher apropriadamente os campos $\varrho^j(x)$ e a constante g_4 , conforme mostrado no apêndice A.2. Com isso, pode-se utilizar da invariância por $SU(2)$ e $U(1)$ do campo ϕ e aplicar um transformação de *gauge* do conjugado de U , presente na equação (128),

$$\phi' = U(x)^\dagger \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}. \quad (131)$$

Por se tratar de uma transformação $SU(2) \times U(1)$ sabe-se que não altera a lagrangiana, nem as equações de movimento. Em termos dos campos excitados a derivada covariante do campo ϕ' é:

$$D_\mu \phi' = (\partial_\mu - ig_1 Y_\phi B_\mu + ig_2 W_\mu^j \sigma^j) \phi' \quad (132)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} ig_2(W_\mu^1 - iW_\mu^2)(v + h(x)) \\ \partial_\mu h(x) - i(v + h(x))(g_2 W_\mu^3 + g_1 Y_\phi B_\mu) \end{pmatrix}. \quad (133)$$

Daqui em diante será simplificado a notação omitindo o índice '. Dada a expressão encontrada na equação anterior, define-se dois novos campos:

$$W_\mu^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad (134)$$

em que $1/\sqrt{2}$ é importante para a normalização dos tensores destes campos vetoriais.

Com esses novos campos $|D_\mu \phi|^2$ se torna:

$$\begin{aligned} |D_\mu \phi|^2 &= (g_2 v)^2 W_\mu^- W^{\mu+} + (g_2 h)^2 W_\mu^- W^{\mu+} + 2vh(g_2)^2 W_\mu^- W^{\mu+} \\ &+ \frac{1}{2} \{ \partial_\mu h \partial^\mu h + (v^2 + \phi^2 + 2vh) [g_2^2 W_\mu^3 W^{3\mu} \\ &+ g_1^2 Y_\phi^2 B_\mu B^\mu + 2g_1 Y_\phi g_2 W_\mu^3 B^\mu] \}. \end{aligned} \quad (135)$$

A expressão $|D_\mu \phi|^2$ corresponde à soma de termos cinéticos e de interação. Dentre as expressões quadráticas nessa equação existe a expressão $v^2 2g_1 Y_\phi g_2 W^{\nu 3} B^\mu$ em que ocorre a interação de $W^{\nu 3}$ e B^μ . Essa interação tem uma peculiaridade melhor demonstrada por meio da equação de movimento de B_μ :

$$\begin{aligned} \partial_\mu B^{\nu\mu} &= g_1 [\bar{e}_R Y_{eR} \gamma^\nu e_R + \bar{L} Y_L \gamma^\nu L \\ &+ \bar{Q}_L Y_{qL} \gamma^\nu Q_L + \bar{u}_R Y_{uR} \gamma^\nu u_R + \bar{d}_R Y_{dR} \gamma^\nu d_R] \\ &+ (v^2 + \phi^2 + 2vh) [2g_1^2 Y_\phi^2 B^\nu + 2g_1 Y_\phi g_2 W^{\nu 3}]. \end{aligned} \quad (136)$$

A peculiaridade mencionada é percebida quando assume-se um estado onde todos os campos são nulos exceto pelo $W^{\nu 3}$, sobrando assim o termo linear de $v^2 2g_1 Y_\phi g_2 W^{\nu 3}$, resultando em

$$\partial_\mu B^{\nu\mu} = v^2 2g_1 Y_\phi g_2 W^{\nu 3}. \quad (137)$$

Este termo mostra que a existência do campo $W^{\nu 3}$ implica na variação do tensor $B^{\mu\nu}$ e, conseqüentemente, também, de B^ν . Isto é, os campos B^ν e $W^{\nu 3}$ não são independentes entre si.

Outra forma de pensar nessa peculiaridade é considerar um sistema no vácuo em que se acrescenta apenas o campo $W^{\nu 3}$, em certo $t = 0$. Devido ao fato da variação do tensor $B^{\mu\nu}$ ser não nula, o campo B^ν aparecerá no sistema. Como esses campos apresentam um vínculo entre si busca-se por combinações lineares entre eles para uma melhor interpretação física, o que permitirá analisar tais combinações como partículas independentes.

A fim de encontrar as combinações lineares diagonaliza-se os termos de mistura encontrados em $|D_\mu \phi|^2$. Escritos de forma matricial conforme

$$(W^{\mu 3} \quad B^\mu) \begin{pmatrix} g_2^2 & \bar{g}_1 g_2 \\ \bar{g}_1 g_2 & \bar{g}_1^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}, \quad (138)$$

a constante de acoplamento de $U(1)$ do campo ϕ e sua respectiva hipercarga fora redefinida como $g_1 Y_\phi \rightarrow \bar{g}_1$. Diagonalizando a matriz acima, seus autovalores são

$$\lambda_1 = 0 \quad (139)$$

$$\lambda_2 = \bar{g}_1^2 + g_2^2. \quad (140)$$

Os autovetores possíveis para estes autovalores são dados pelas relações:

$$\lambda_1 \rightarrow x = \frac{-\bar{g}_1}{g_2} y \quad (141)$$

$$\lambda_2 \rightarrow x = \frac{g_2}{\bar{g}_1} y. \quad (142)$$

Sendo assim, define-se novos campos vetoriais ⁶ em função dos campos B_μ e W_μ^3 , utilizando da constante $(\sqrt{\bar{g}_1^2 + g_2^2})^{-1}$ que servirá para normalização dos tensores destes novos campos,

$$A_\mu = \frac{g_2 B_\mu - \bar{g}_1 W_\mu^3}{\sqrt{\bar{g}_1^2 + g_2^2}} \quad (143)$$

$$Z_\mu = \frac{g_2 W_\mu^3 + \bar{g}_1 B_\mu}{\sqrt{\bar{g}_1^2 + g_2^2}}. \quad (144)$$

Percebe-se que novos campos vetoriais apareceram no modelo após as pequenas perturbações no estado de vácuo. Por se tratarem dos bósons vetoriais, conforme será visto na seção 11, pode-se inferir que perturbações no estado de vácuo correspondem a partículas. A transformação de *gauge*, na equação (131), “some” com os campos escalares $\varrho(x)$. **Tal ação sumiu com três campos reais de ϕ demonstrando que não são campos físicos e por isso são passíveis de serem ignorados. Tais campos são chamados de “fantasmas” de Higgs [6] e forneceram massa aos novos campos vetoriais, pois na simetria $U(1)_{EM}$ os três novos campos W_μ^\pm e Z_μ possuem massa, conforme será mostrado na próxima subseção (8.3.2).**

As relações (143) e (144) podem ser escritas em notação matricial como:

$$\begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_W) & -\sin(\theta_W) \\ \sin(\theta_W) & \cos(\theta_W) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}. \quad (145)$$

onde θ_W é chamado de o ângulo de Weinberg ⁷ [11] e:

$$\cos(\theta_W) = \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_\phi^2}} \quad (146)$$

$$\sin(\theta_W) = \frac{g_1 Y_\phi}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_\phi^2}}. \quad (147)$$

Também é conveniente definir a constante:

$$e \equiv 2g_2 \sin(\theta_W) = \frac{2g_1 Y_\phi g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_\phi^2}}. \quad (148)$$

⁶Os valores da equações (143) e (144) diferem das referências [2, 11, 12], mas podem ser encontradas na referência [6]. Tal fato ocorre por causa da derivada covariante assumida. Se obtém tal diferença ao modificar o sinal utilizado nos termos dos campos vetoriais dentro da derivada covariante. O importante é que essas alterações não mudam as conclusões físicas obtidas.

⁷O valor do ângulo de Weinberg pode ser encontrado experimentalmente estudando a interação do fóton, W^\pm e Z com os férmions [12].

Quando forem encontrado os valores para as hipercargas na seção 10 será visto que e corresponde ao valor da carga elétrica do elétron.

Pode-se escrever os campos W_μ^i e B_μ em função dos novos campos vetoriais resultando em:

$$B_\mu = \frac{g_2 A_\mu + \bar{g}_1 Z_\mu}{\sqrt{\bar{g}_1^2 + g_2^2}}, \quad (149)$$

$$W_\mu^1 = \frac{W_\mu^+ + W_\mu^-}{\sqrt{2}}, \quad (150)$$

$$W_\mu^2 = i \frac{W_\mu^+ - W_\mu^-}{\sqrt{2}}, \quad (151)$$

$$W_\mu^3 = \frac{-\bar{g}_1 A_\mu + g_2 Z_\mu}{\sqrt{\bar{g}_1^2 + g_2^2}}. \quad (152)$$

Ao reescrever a derivada covariante substituindo W_μ^i e B_μ pelos novos campos vetoriais obtém-se para os dubletos de mão esquerda

$$\begin{aligned} i\bar{n}_L \gamma^\mu D_\mu n_L &= i\bar{n}_L \gamma^\mu \left[\partial_\mu + i \frac{g_1 g_2}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_H^2}} A_\mu (-\sigma^3 Y_\phi - \mathbb{1} Y_n) + i \frac{(g_2^2 \sigma^3 - g_1^2 \mathbb{1} Y_\phi Y_n)}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_H^2}} Z_\mu \right. \\ &\quad \left. + \frac{i g_2}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ (\sigma^1 + i\sigma^2) + W_\mu^- (\sigma^1 - i\sigma^2)) + \dots \right] n_L \end{aligned} \quad (153)$$

e para os férmions de mão direita

$$i\bar{n}_R \gamma^\mu D_\mu n_R = i\bar{n}_R \gamma^\mu \left[\partial_\mu - i \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_H^2}} A_\mu Y_n - i \frac{g_1^2 Y_\phi Y_n}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_H^2}} Z_\mu + \dots \right] n_R. \quad (154)$$

O termo ... se refere ao caso dos quarks em que há também a contribuição dos glúons, ($i g_3 G_\mu^\omega \lambda^\omega$).

Para o campo ϕ a derivada covariante se torna

$$D_\mu \phi = \mathbb{1} \partial \frac{h(x)}{\sqrt{2}} + \left(-\frac{i g_2 W_\mu^+}{\sqrt{2} \sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \right) (v + h(x)) \quad (155)$$

Dessa maneira o termo $|D_\mu \phi|^2$ passa a ser reescrito como:

$$\begin{aligned} |D_\mu \phi|^2 &= (g_2 v)^2 W_\mu^- W^{\mu+} + (g_2 h)^2 W_\mu^- W^{\mu+} + 2v h g_2^2 W_\mu^- W^{\mu+} \\ &\quad + \frac{1}{2} [\partial_\mu h \partial^\mu h + (v^2 + h^2 + 2v h) Z_\mu Z^\mu (g_2^2 + \bar{g}_1^2)]. \end{aligned} \quad (156)$$

Encontrado novos campos após a quebra de simetria e a derivada covariante que eles proporcionam, resta analisar os tensores vetoriais. Para encontrar os tensores dos novos campos vetoriais basta seguir o mesmo procedimento, utilizando a definição de W_μ^i e B_μ em função dos novos campos vetoriais nas equações que definem os tensores $W_{\mu\nu}^j W^{\mu\nu j}$ e $B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$. Esse cálculo é apresentado no apêndice A.3 e resulta em:

$$\begin{aligned} &W_{\mu\nu}^1 W^{\mu\nu 1} + W_{\mu\nu}^2 W^{\mu\nu 2} + W_{\mu\nu}^3 W^{\mu\nu 3} + B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\ &= W_{\mu\nu}^- W^{+\mu\nu} + A_{\mu\nu} A^{\mu\nu} + Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} \\ &\quad + 2i W_{\mu\nu}^+ W^{\mu-} \left(-e A^\nu + \frac{e}{\tan(\theta_W)} Z^\nu \right) + h.c \\ &\quad - 2W_\mu^+ W_\nu^- \left(\left(-e A^\mu + \frac{e}{\tan(\theta_W)} Z^\mu \right) \left(-e A^\nu + \frac{e}{\tan(\theta_W)} Z^\nu \right) \right) \\ &\quad + 2W_\mu^+ W^{\mu-} \left(-e A_\nu + \frac{e}{\tan(\theta_W)} Z_\nu \right)^2 \\ &\quad + \frac{e^2}{2 \sin^2(\theta_W)} (W_\mu^+ W^{\mu-} W_\nu^- W^{\nu+} - W_\mu^+ W^{\mu+} W_\nu^- W^{\nu-}) \\ &\quad + i \left(-e A_{\mu\nu} + \frac{e}{\tan(\theta_W)} Z_{\mu\nu} \right) W^{\mu+} W^{\nu-}. \end{aligned} \quad (157)$$

Os tensores $W_{\mu\nu}^\pm$, $A_{\mu\nu}$ e $Z_{\mu\nu}$ são definidos como:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu, \quad (158)$$

sendo $F_{\mu\nu}$ o tensor e V_ν o campo vetorial deste tensor.

A normalização escolhida arbitrariamente nas definições de A_μ , Z_μ , W_μ^+ e W_μ^- , sendo respectivamente $(\bar{g}_1^2 + g_2^2)^{-1/2}$ para os dois primeiros e $\frac{1}{\sqrt{2}}$ para os dois últimos, foram importantes para se obter os tensores dos novos campos sem constantes adicionais, conforme a segunda linha da equação (157).

Encontrado esses tensores, e por consequência alguns termos de interação, resta uma análise dos termos de massa, dado que a motivação do mecanismo de Higgs fora encontrar massa para os campos que representem os bósons W^\pm e Z . Na seção 11 serão relacionados os campos vetoriais W_μ^\pm e Z_μ respectivamente a esses bósons.

8.3.2 Massa dos novos campos

Termos de massa para os campos vetoriais são da forma: $m^2 W_\mu^+ W^{\mu-}$ e $\frac{m^2}{2} Z_\mu Z^\mu$. Com essa informação percebe-se que as massas dos campos vetoriais na equação (156) são:

$$\begin{aligned} M_W &= g_2 v \\ M_Z &= v \sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_\phi^2} \\ M_A &= 0 \end{aligned} \quad (159)$$

Nota-se que se fosse assumido $Y_\phi = 0$ na seção 8, a ausência da simetria $U(1)$ resultaria na indesejável igualdade $M_W = M_Z = (g_2 v)^2$. **Essa igualdade não é aceitável, pois no tópico 11 os campos vetoriais Z e W^\pm serão associados aos bósons vetoriais Z e W^\pm , que por sua vez possuem massa diferente entre si conforme a figura 1.** Por outro lado, mesmo sendo diferentes a massa desses dois bósons tem-se que não são independentes, dada a relação

$$\frac{m_W}{m_Z} = \frac{g_2}{(g_2^2 + g_1^2 Y_\phi^2)^{1/2}} = \cos(\theta_W) \quad (160)$$

observada experimentalmente [7].

E para finalizar o Mecanismo de Higgs, será discutido a massa dos férmions presentes na primeira geração do Modelo Padrão. Para tal serão utilizados os termos do acoplamento de Yukawa presentes na equação (131):

$$\mathcal{L}_{\phi\psi} = -C_1 \bar{L} \phi e_R - C_1 \bar{e}_R \phi^\dagger L - C_2 \bar{Q}_L \tilde{\phi} u_R - C_2 \bar{u}_R \tilde{\phi}^\dagger Q_L - C_3 \bar{Q}_L \phi d_R - C_3 \bar{d}_R \phi^\dagger Q_L.$$

Escrevendo ϕ explicitamente resulta em:

$$\mathcal{L}_{\phi\psi} = -\frac{v}{\sqrt{2}} C_1 (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{h(x)}{\sqrt{2}} C_1 (\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R) \quad (161)$$

$$-\frac{v}{\sqrt{2}} C_2 (\bar{u}_L u_R + \bar{u}_R u_L) - \frac{h(x)}{\sqrt{2}} C_2 (\bar{u}_R u_L + \bar{u}_L u_R) \quad (162)$$

$$-\frac{v}{\sqrt{2}} C_3 (\bar{d}_L d_R + \bar{d}_R d_L) - \frac{h(x)}{\sqrt{2}} C_3 (\bar{d}_R d_L + \bar{d}_L d_R). \quad (163)$$

Considerando a notação dos espiniores de Dirac para reescrever as equações acima como:

$$-\frac{(v + h(x))}{\sqrt{2}} [m_n \bar{\psi}_n \psi_n + C_2 \bar{\psi}_u \psi_u + C_3 \bar{\psi}_d \psi_d], \quad (164)$$

encontra-se as massas dos campos fermiônicos:

$$m_e = \frac{v C_1}{\sqrt{2}} \quad (165)$$

$$m_u = \frac{v C_2}{\sqrt{2}} \quad (166)$$

$$m_d = \frac{v C_3}{\sqrt{2}} \quad (167)$$

$$m_\nu = 0 \quad (168)$$

Encontrado os termos de massa para a lagrangiana, após a quebra de simetria, pode-se reescrevê-la em termos dos novos campos.

8.4 Lagrangiana espinorial

Para tornar explícito o caráter vetorial das interações do campo A_μ , os campos fermiônicos serão escritos em termos de espinores de Dirac, permitindo reescrever a derivada covariante nessa nova notação. Para tal precisa-se utilizar das relações das hipercargas definidas em (90). Será obtido uma derivada covariante para cada um dos espinores de Dirac dos férmions⁸:

$$i\bar{e}_R\gamma^\mu D_\mu e_R + i\bar{L}\gamma^\mu D_\mu L \rightarrow i\bar{\psi}_e\gamma^\mu \left[\partial_\mu - iA_\mu \frac{eY_{eR}}{2Y_\phi} - iZ_\mu \left(\frac{eY_{eR}}{2Y_\phi} \tan(\theta_W) + \frac{P_L}{\sin(\theta_W)\cos(\theta_W)} \right) \right] \psi_e - \frac{e}{\sqrt{2}\sin(\theta_W)} W_\mu^- \bar{\psi}_e\gamma^\mu P_L \psi_\nu, \quad (169)$$

$$i\bar{L}\gamma^\mu D_\mu L \rightarrow i\bar{\psi}_\nu\gamma^\mu \left[\partial_\mu - iA_\mu \frac{e}{2}(Y_\phi + Y_L) + \frac{ie}{2} Z_\mu \left(-\frac{Y_L}{Y_\phi} \tan(\theta_W) + \cot(\theta_W) \right) \right] \psi_\nu - \frac{e}{\sqrt{2}\sin(\theta_W)} W_\mu^+ \bar{\psi}_\nu\gamma^\mu P_L \psi_e, \quad (170)$$

$$i\bar{u}_R\gamma^\mu D_\mu u_R + i\bar{Q}_L\gamma^\mu D_\mu Q_L \rightarrow i\bar{\psi}_u\gamma^\mu \left[\partial_\mu - iA_\mu \frac{eY_{uR}}{2Y_\phi} - iZ_\mu \left(\frac{eY_{uR}}{2Y_\phi} \tan(\theta_W) + \frac{P_L}{\sin(\theta_W)\cos(\theta_W)} \right) \right] \psi_u - \frac{e}{\sqrt{2}\sin(\theta_W)} W_\mu^+ \bar{\psi}_u\gamma^\mu P_L \psi_d + iG_\mu^\omega g_3 \bar{\psi}_u \lambda^\omega \gamma^\mu \psi_u, \quad (171)$$

$$i\bar{d}_R\gamma^\mu D_\mu d_R + i\bar{Q}_L\gamma^\mu D_\mu Q_L \rightarrow i\bar{\psi}_d\gamma^\mu \left[\partial_\mu - iA_\mu \frac{eY_{dR}}{2Y_\phi} - iZ_\mu \left(\frac{eY_{dR}}{2Y_\phi} \tan(\theta_W) + \frac{P_L}{\sin(\theta_W)\cos(\theta_W)} \right) \right] \psi_d - \frac{e}{\sqrt{2}\sin(\theta_W)} W_\mu^- \bar{\psi}_d\gamma^\mu P_L \psi_u + iG_\mu^\omega g_3 \bar{\psi}_d \lambda^\omega \gamma^\mu \psi_d. \quad (172)$$

Com as derivadas covariantes reescritas, pode-se escrever a lagrangiana das interações entre os férmions e o campo A_μ :

$$\mathcal{L}_{A_\mu f} = A_\mu \frac{e}{2Y_\phi} \left[Y_{eR} \bar{\psi}_e \gamma^\mu \psi_e + (Y_\phi + Y_L) \bar{\psi}_\nu \gamma^\mu \psi_\nu + Y_{uR} \bar{\psi}_u \gamma^\mu \psi_u + Y_{dR} \bar{\psi}_d \gamma^\mu \psi_d \right]. \quad (173)$$

Foi visto que o estado de menor energia possui invariância pela simetria eletrofraca, entretanto após a excitação dos campos essa invariância é quebrada para uma simetria $U(1)_{EM}$, como será demonstrado na próxima seção.

9 Simetria $U(1)_{EM}$

A simetria $U(1)_{EM}$ é um subgrupo específico dentro da simetria $SU(2) \times U(1)$ em que é definida a condição $\frac{e}{2}\alpha(x) = g_2\theta^3(x)$ e $\frac{e}{2}\alpha(x) = -g_1Y_\phi\vartheta(x)$. Essa relação equivale à escolha de parâmetros

$$\theta^3(x) = \frac{-\bar{g}_1}{g_2} Y_\phi \vartheta(x), \quad \theta^1(x) = \theta^2(x) = 0. \quad (174)$$

A transformação $U(1)_{EM}$ é local e abeliana. Utilizando da definição do $\alpha(x)$ tem-se a transformação $U(1)_{EM}$ para os férmions de mão esquerda

$$e^{\frac{i}{2}\left(\frac{Y_{nL}}{Y_\phi} 1 + \sigma^3\right)e\alpha(x)} \chi_{nL} = \begin{pmatrix} e^{\frac{i}{2}\left(\frac{Y_{nL}}{Y_\phi} + 1\right)e\alpha(x)} & 0 \\ 0 & e^{\frac{i}{2}\left(\frac{Y_{nL}}{Y_\phi} - 1\right)e\alpha(x)} \end{pmatrix} \chi_{nL} \quad (175)$$

sendo χ_{nL} os dubletos já apresentados (L , Q_L). E para os férmions de mão direita, χ_{nR} , têm-se:

$$e^{i\frac{1}{2}\left(\frac{Y_{nR}}{Y_\phi}\right)e\alpha(x)} \chi_{nR}. \quad (176)$$

⁸O espinor de Dirac do neutrino só possui a componente ν_L .

Ao utilizar as relações das hipercargas definidas em (90),

$$\begin{aligned} Y_L &= Y_\phi + Y_{eR}, \\ Y_{qL} &= Y_{uR} - Y_\phi, \\ Y_{qL} &= Y_{dR} + Y_\phi, \end{aligned}$$

e relacionar as transformações das equações (175) e (176) para o mesmo férmion mão esquerda e mão direita, obtém-se, na notação de espinores de Dirac, as transformações:

$$\psi'_\nu \rightarrow e^{\frac{ie}{2Y_\phi}(Y_L+Y_\phi)\alpha(x)}\psi_\nu, \quad \psi'_n \rightarrow e^{\frac{eY_{eR}}{2Y_\phi}e\alpha(x)}\psi_n. \quad (177)$$

onde $n = e, u, d$.

O cálculo das transformações dos campos vetoriais e escalar é detalhada no apêndice A.4, de forma sucinta se transformam conforme:

$$W_\mu^{+'} = e^{ie\alpha(x)}W_\mu^+, \quad (178)$$

$$W_\mu^{-'} = e^{-ie\alpha(x)}W_\mu^-, \quad (179)$$

$$Z'_\mu = Z_\mu, \quad (180)$$

$$A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu\alpha(x), \quad (181)$$

$$\phi' = e^{i\frac{1}{2}e\alpha(x)(1+\sigma^3)}\phi \rightarrow h(x)' = h(x). \quad (182)$$

Vale recordar que o campo G_μ^ω possui transformação somente em $SU(3)$, logo permanece inalterado pelas transformações $U(1)_{EM}$. Os tensores dos quatro campos vetoriais acima possuem a transformação

$$W_{\mu\nu}^{+'} = W_{\mu\nu}^+ e^{ie\alpha(x)}, \quad (183)$$

$$W_{\mu\nu}^{-'} = W_{\mu\nu}^- e^{-ie\alpha(x)}, \quad (184)$$

$$Z'_{\mu\nu} = Z_{\mu\nu}, \quad (185)$$

$$A'_{\mu\nu} = A_{\mu\nu}. \quad (186)$$

Pode-se verificar a invariância da lagrangiana na transformação sob $U(1)_{EM}$ por meio das derivadas covariantes da seção anterior. Para provar a invariância será utilizado a derivada covariante do elétron, considerando que para os demais férmions é só utilizar o mesmo raciocínio:

$$\begin{aligned} (i\bar{\psi}_e D_\mu \psi_e)' &= i\bar{\psi}_e e^{-i\frac{eY_{eR}}{2Y_\phi}\alpha} \gamma^\mu \left[\partial_\mu - i(A_\mu + \partial_\mu\alpha) \frac{eY_{eR}}{2Y_\phi} \right. \\ &\quad \left. - iZ_\mu \left(\frac{eY_{eR}}{2Y_\phi} \tan(\theta_W) + \frac{P_L}{\sin(\theta_W) \cos(\theta_W)} \right) \right] e^{i\frac{eY_{eR}}{2Y_\phi}\alpha} \psi_e \\ &\quad - \frac{e}{\sqrt{2} \sin(\theta_W)} W_\mu^- e^{-ie\alpha(x)} \bar{\psi}_e e^{-i\frac{eY_{eR}}{2Y_\phi}\alpha} \gamma^\mu P_L e^{\frac{ie}{2Y_\phi}(Y_L+Y_\phi)\alpha(x)} \psi_\nu \\ &= i\bar{\psi}_e \gamma^\mu \left[\partial_\mu - iA_\mu \frac{eY_{eR}}{2Y_\phi} - iZ_\mu \left(\frac{eY_{eR}}{2Y_\phi} \tan(\theta_W) + \frac{P_L}{\sin(\theta_W) \cos(\theta_W)} \right) \right] \psi_e \\ &\quad - \frac{e}{\sqrt{2} \sin(\theta_W)} W_\mu^- \bar{\psi}_e \gamma^\mu P_L \psi_\nu = i\bar{\psi}_e D_\mu \psi_e, \end{aligned} \quad (187)$$

onde foi usada a relação $Y_L = Y_\phi + Y_{eR}$. Percebe-se que as derivadas covariantes são invariantes independentemente dos valores das hipercargas.

Vale lembrar que a fase da transformação é um escalar e, portanto, comuta com todos os campos e as constantes presentes na derivada covariante. Quaisquer termos do tipo $W\psi_n\psi_m$, sendo n, m referente a um dos férmions e W referente a um dos dois campos W_μ^\pm , será invariante se a soma dos termos na exponencial forem zero dada as relações das hipercargas definidas em (90), este fato é mais fácil de visualizar quando encontrado os valores das hipercargas. O mesmo vale para $\bar{\psi}_n\psi_m$ e termos em que há $W_\mu^+W_\mu^-$ interagindo com outros campos. Quanto à total invariância da lagrangiana resta verificar a expressão

$$\mathcal{L}_V = W_{\mu\nu}^- W^{+\mu\nu} + A_{\mu\nu} A^{\mu\nu} + Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} + \mathcal{L}_{VVV} + \mathcal{L}_{4V}, \quad (188)$$

Como provou-se, por meio da equação (38), que $W_{\mu\nu}^a W^{\mu\nu a}$ é invariante pela transformação geral $U = e^{ig_2\theta(x)^j \sigma^j}$, conclui-se também ser invariante por um caso específico desta transformação, que é $U = e^{i\frac{1}{2}e\alpha(x)\sigma^3}$ da simetria $U(1)_{EM}$. O Tensor $B_{\mu\nu}$ também se mostra invariante por $U(1)_{EM}$ ao considerar já provada a invariância para $U(1)$. Portanto, os termos inicialmente usados na lagrangiana

$$-\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} \quad (189)$$

são invariantes pela transformação $U(1)_{EM}$, permitindo afirmar que ao escrevê-los em função dos campos A_μ , Z_μ , W_μ^\pm , isto é a equação (188), também serão invariantes.

10 Obtendo as Hipercargas

Após a excitação no estado de vácuo obteve-se novos campos vetoriais, dentre eles o campo A_μ . Este campo não apresentou um termo de massa e a simetria invariante válida passou a ser uma simetria de *gauge* abeliana com este campo sendo o campo de *gauge*. A_μ também apresentou uma interação vetorial com os campos fermiônicos. A simetria obtida após a quebra de simetria se assemelha à simetria do eletromagnetismo, por isso já foi nomeada como $U(1)_{EM}$. Por essas considerações o campo A_μ deve corresponder ao fóton.

Considerando A_μ como o fóton tem-se que a constante de acoplamento desse campo com os férmions, $\frac{e}{2}(-\sigma^3 Y_\phi - \mathbb{1} Y_n)$ e $\frac{e Y_{nR}}{2Y_\phi}$, pode ser relacionada com as cargas elétricas destes, permitindo quantificar as hipercargas. Para ser realizado uma comparação entre a constante de acoplamento do campo A_μ com os férmions e as cargas elétricas destes férmions foi elaborada a tabela 5. Nela utilizou-se a equação (173) e a relação da carga elétrica experimental mostrada nas tabelas 2 e 3. Pela tabela 5 é possível obter as seguintes relações:

$$Y_\phi = -Y_L; e = Q_e; \frac{Y_{qL}}{Y_\phi} = \frac{1}{3}; \frac{Y_{eR}}{Y_\phi} = -2; \frac{Y_{uR}}{Y_\phi} = \frac{4}{3}; \frac{Y_{dR}}{Y_\phi} = -\frac{2}{3}. \quad (190)$$

Note que e é a carga elétrica do elétron de acordo com a seção 8.3.

Partícula	Carga elétrica	Constante de acoplamento
elétron (e)	$-1Q_e$	$\frac{eY_{eR}}{2Y_\phi}$
quark up (u)	$\frac{2Q_e}{3}$	$\frac{eY_{uR}}{2Y_\phi}$
quark down (d)	$-\frac{1Q_e}{3}$	$\frac{eY_{dR}}{2Y_\phi}$
neutrino (ν)	0	$\frac{e(Y_\phi + Y_L)}{2Y_\phi}$

Tabela 5: Relação da carga elétrica, obtida experimentalmente, de cada férmion e a constante de acoplamento destes com o campo A_μ

Conforme as seções 5 e 9, as hipercargas em uma simetria $U(1)$ podem assumir qualquer valor real, entretanto, como se busca por uma representação física do comportamento da primeira geração de partículas do Modelo Padrão, é necessário estabelecer específicos números racionais às hipercargas. O valor de Y_ϕ não pode ser determinado pela equação (190) e, também, não é determinado experimentalmente, mas sim o valor de $g_1 Y_\phi$. Tais fatos fornecem uma liberdade na escolha de Y_ϕ , por isso escolhe-se $Y_\phi = \frac{1}{2}$ e como consequência obtém-se os valores para as demais hipercargas ⁹:

$$Y_L = -\frac{1}{2}, \quad (191)$$

$$Y_{qL} = \frac{1}{6}, \quad (192)$$

$$Y_{eR} = -1, \quad (193)$$

$$Y_{uR} = \frac{2}{3}, \quad (194)$$

$$Y_{dR} = -\frac{1}{3}. \quad (195)$$

Utilizando a tabela 5 pode-se reescrever a transformação da simetria $U(1)_{EM}$, obtendo de forma geral a transformação de *gauge* para os férmions

$$\psi'_n \rightarrow e^{iQ_n \alpha(x)} \psi_n, \quad (196)$$

⁹Há uma diferença quanto aos valores das hipercargas obtidas e os valores encontrados em algumas referências. Essa diferença corresponde à diferentes escolhas de Y_ϕ .

sendo Q_n a carga elétrica do férmion transformado.

Provada a invariância da lagrangiana, após o mecanismo de Higgs, pela transformação $U(1)_{EM}$, e encontrada as hipercargas, é interessante visualizar como ficou a lagrangiana obtida e quais informações físicas ela fornece.

11 Resultados Finais

Encontrada as hipercargas, e utilizando a notação de Dirac, será descrito neste tópico a lagrangiana do Modelo Padrão. Primeiramente, para facilitar o análise, será reescrito a lagrangiana como a soma de termos:

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_K + \mathcal{L}_{VVV} + \mathcal{L}_{4V} + \mathcal{L}_{Vf} + \mathcal{L}_{hf} + \mathcal{L}_{hV} - V(h). \quad (197)$$

Assim divide-se a contribuição da energia cinética, \mathcal{L}_K (termos quadráticos); das interações cúbicas dos campos vetoriais \mathcal{L}_{VVV} ; das interações quadráticas dos campos vetoriais \mathcal{L}_{4V} , das interações dos campos vetoriais com os férmions \mathcal{L}_{Vf} ; das interações do campo $h(x)$ com os férmions \mathcal{L}_{hf} ; das interações dos campos vetoriais com $h(x)$, \mathcal{L}_{hV} ; e o potencial do campo escalar h , $V(h)$. Os termos cinéticos são:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_K = & \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h + \sum_n^{e,\nu,u,d} \bar{\psi}_n \gamma^\mu (i \partial_\mu - m_n) \psi_n \\ & - \frac{1}{4} (A_{\mu\nu} A^{\mu\nu} + Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} + W_{\mu\nu}^+ W^{\mu\nu-} + G_{\mu\nu}^\omega G^{\mu\nu\omega}) \\ & - m^2 h^2 + \frac{M_Z^2}{2} Z_\mu Z^\mu + M_W^2 W_\mu^- W_\mu^+. \end{aligned} \quad (198)$$

Pela expressão acima, encontra-se a massa do campo $h(x)$ como $\sqrt{2}m$. Essa é a massa que fora definida no potencial proveniente de $\mu^2 < 0$ na subseção 8.2. Note que os termos de interação cúbicos e quárticos dos glúons aparecem implícitos em \mathcal{L}_K . Os termos que envolvem interações entre os campos Z_μ , W_μ^\pm , A_μ são:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{VVV} = & -\frac{1}{2} i e W_{\mu\nu}^+ W^{\mu-} [\cot(\theta_W) Z^\nu - A^\nu] + h.c \\ & -\frac{1}{4} i e W^{\mu+} W^{\nu-} [\cot \theta_W Z_{\mu\nu} - A_{\mu\nu}], \end{aligned} \quad (199)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{4V} = & +W_\mu^+ W_\nu^- \frac{e^2}{2} \left[\frac{1}{4 \sin^2(\theta_W)} W^{\mu+} W^{\nu-} + A^\mu A^\nu \right. \\ & \left. + \cot^2(\theta_W) Z^\mu Z^\nu - e^2 \cot(\theta_W) Z^\mu A^\nu - e^2 \cot(\theta_W) Z^\nu A^\mu \right] \\ & -W_\mu^+ W^{\mu-} \frac{e^2}{2} \left[\frac{1}{4 \sin^2(\theta_W)} W_\nu^+ W^{\nu-} + A^\nu A_\nu \right. \\ & \left. + \cot^2(\theta_W) Z_\nu Z^\nu - 2e^2 \cot(\theta_W) Z_\nu A^\nu \right]. \end{aligned} \quad (200)$$

Todas as interações cúbicas e quadráticas respeitam a lei de conservação de carga elétrica. O campo Z_μ mesmo sendo eletricamente neutro pode interagir com o fóton A_μ devido à presença de outros campos carregados eletricamente nessa interação.

As interações dos férmions com os campos vetoriais podem ser descritas por meio de:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Vf} = & A_\mu e \left[-\bar{\psi}_e \gamma^\mu \psi_e + \frac{2}{3} \bar{\psi}_u \gamma^\mu \psi_u - \frac{1}{3} \bar{\psi}_d \gamma^\mu \psi_d \right] \\ & - Z_\mu \frac{e}{2} \left[\tan(\theta_W) \left(-2\bar{\psi}_e \gamma^\mu \psi_e + \frac{4}{3} \bar{\psi}_u \gamma^\mu \psi_u - \frac{2}{3} \bar{\psi}_d \gamma^\mu \psi_d \right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{2}{\sin(2\theta_W)} \right) (\bar{\psi}_e \gamma^\mu P_L \psi_e + \bar{\psi}_d \gamma^\mu P_L \psi_d - \bar{\psi}_u \gamma^\mu P_L \psi_u - \bar{\psi}_\nu \gamma^\mu \psi_\nu) \right] \\ & - G_\mu^\omega g_3 \left[\sum_N^{u,d} \bar{\psi}_n \lambda^\omega \gamma^\mu \psi_n \right] \\ & - \left(W_\mu^- \frac{e}{\sin(\theta_W) \sqrt{2}} \right) [\bar{\psi}_e \gamma^\mu P_L \psi_\nu + \bar{\psi}_d \gamma^\mu P_L \psi_u] + h.c \end{aligned} \quad (201)$$

Conforme esperado, observa-se com a expressão acima uma interação do campo A_μ com os férmions proporcionalmente a carga elétrica. Percebe-se com as informações até agora o fato dos campos W^\pm só interagirem

com partículas de mão esquerda, o campo G_μ^ω só interagir com campos que possuem carga de cor e o campo Z_μ interagir com todos os férmions. além de possuir uma massa numericamente relacionada com a massa dos campos W_μ^\pm . Dessa forma pode-se inferir que Z_μ é o bóson Z, G_μ^ω é o bóson do glúon, e W_μ^\pm são os bósons W^\pm .

A interação do campo h com os férmions ocorre nos seguintes termos:

$$\mathcal{L}_{hf} = -h(x) \sum_n^{e,u,d} \frac{m_n}{v} (\bar{\psi}_n \psi_n). \quad (202)$$

Nessa lagrangiana \mathcal{L}_{hf} observa-se que a interação entre os férmions e o campo $h(x)$ é proporcional a massa. Já a interação do campo h com os campos vetoriais são apresentadas na expressão a seguir:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{hV} = & h^2(x) \left[\frac{M_W^2}{v^2} W_\mu^- W_\mu^+ + \frac{M_Z^2}{2v^2} Z_\mu Z^\mu \right] \\ & + h \left[2 \frac{M_W^2}{v} W_\mu^- W_\mu^+ + \frac{M_Z^2}{v} Z_\mu Z^\mu \right]. \end{aligned} \quad (203)$$

Nessa equação é importante analisar o fato de que apenas os bósons com massa interagem com $h^2(x)$ de forma proporcional a massa obtida na equação (159). Sendo assim, o campo $h(x)$ é o campo de Higgs cujo valor de massa já foi encontrado experimentalmente [2].

Essa relação entre a massa das partículas e o acoplamento com o Higgs foi verificada experimentalmente conforme a figura 2, nela percebe-se que a relação encontrada teoricamente entre a massa e a constante de vácuo, M/v , é diretamente proporcional à massa encontrada por uma constante κ com valor 1 se considerar a incerteza. Sendo assim, foi comprovado experimentalmente que de fato a interação com o Higgs é proporcional à massa, sendo exatamente como o Modelo Padrão previu.

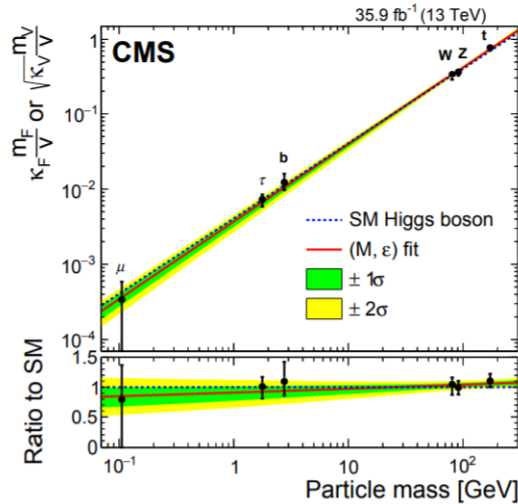


Figura 2: Relação $\frac{m_n}{v}$ teórica e experimental [5]

Por fim, o potencial do Higgs é descrito por:

$$V(h) = v\lambda_\phi h^3 + \frac{\lambda_\phi h^4}{4}. \quad (204)$$

Vale lembrar que o potencial sofreu a soma do termo $\frac{-\mu^4}{4\lambda_\phi}$ de mínima energia.

12 Conclusão

O Modelo Padrão descreve corretamente a maioria das propriedades das partículas elementares observadas experimentalmente, portanto, torna-se um desafio fazer modificações no próprio modelo ou formular uma nova teoria em busca de prever teoricamente todos os fatos experimentais. Pode-se perceber o sucesso do Modelo Padrão por meio das correspondências entre a teoria aqui apresentada, fornecida pelo modelo, e os resultados experimentais.

Por exemplo, uma consequência do modelo que condiz com os experimentos foi o campo A_μ que apresentou o comportamento do fóton por ser um campo sem massa, ter interação vetorial com os férmions e ser o campo de *gauge* de uma simetria $U(1)$. Foi necessário apenas o ajuste com a carga elétrica obtida experimentalmente para

se obter numericamente a interação deste campo A_μ com os demais campos. Quanto aos bósons vetoriais pode-se, também, verificar qualitativamente na lagrangiana a forma como eles se relacionam com os férmions. Utiliza-se dessa interação para comparar com a obtida nos experimentos e afirmar a relação dos campos vetoriais do Modelo Padrão com os bósons vetoriais da natureza. Após isso, com os valores de hipercarga tem-se diretamente, como resultado do modelo elaborado, o valor da interação dos férmions com todos os bósons. Este fato mostra a preditividade dos cálculos elaborados apenas fixando as cargas elétricas.

Pode-se verificar na equação (160) que existe uma relação entre a massa dos campos W^\pm e Z . Essa relação aconteceu como consequência da elaboração do modelo, sendo mais uma preditividade do Modelo Padrão a medida em que é observada experimentalmente. A quebra de simetria não somente permitiu obter termos com massa para campos vetoriais, mas, também, para os campos espinoriais e a massa do próprio Higgs.

Como mencionado, o Modelo Padrão fornece solução para a maioria dos problemas, entretanto ainda existem evidências experimentais não explicadas pelo modelo. Por exemplo, uma evidência não explicada perceptível no trabalho é a massa do neutrino [18], a qual sendo considerada nula não impediu do modelo ser assertivo em diversos outros fatores. Para proporcionar massa ao neutrino poderia-se acrescentar um neutrino de mão direita, mas ele não interagiria com nenhuma partícula além do Higgs e do neutrino de mão esquerda. Tal interação, se for coerente com a realidade, deve ser muito fraca para até hoje não ter sido percebida. Outras evidências que não foram abordadas pelo Modelo Padrão são a matéria escura, que é utilizada para explicar fenômenos observados no universo [19], e a gravidade.

Essas pequenas lacunas não dão descréditos a um modelo físico matemático que trouxe tantas soluções à física, conforme apresentado, e também permitiu prever teoricamente a existência do bóson de Higgs e mostrar a relação direta entre a massa das partículas e a interação com o Higgs, conforme a figura 2, muito antes de ser comprovado em experimentos [5, 6, 8]. Fica evidente que o Modelo Padrão pode ser modificado, ou substituído, enquanto isso não acontece, o modelo segue sendo fundamental para o estudo de Física de Partículas. Este trabalho permitiu uma compreensão clássica do Modelo Padrão e do mecanismo de Higgs, além de proporcionar os valores de hipercarga utilizando de considerações experimentais.

A Apêndices

A.1 Detalhes da definição dos campos

A definição de campos fermiônicos é descrita da seguinte forma, para os léptons de mão esquerda

$$n_L = \begin{pmatrix} \chi_{n1} \\ \chi_{n2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (205)$$

e para os de mão direita

$$n_R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \chi_{n3} \\ \chi_{n4} \end{pmatrix}. \quad (206)$$

A dupla de χ de cada férmion compõem um espinor de Weyl. Nas equações acima n assume e ou ν . No caso dos quarks de mão esquerda ou de mão direita, tem-se a mesma ideia acima, mas existe o fator da carga de cor a se considerar. O índice de cor é dado pela letra $\alpha = R, G, B$ sendo respectivamente as cargas vermelho, verde, azul. De forma geral os quarks de cada cor são definidos assim:

$$n_L^\alpha = \begin{pmatrix} \chi_{n1} \\ \chi_{n2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^\alpha, \quad n_R^\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \chi_{n3} \\ \chi_{n4} \end{pmatrix}^\alpha, \quad (207)$$

com n assumindo u ou d . Cada sabor de quark possui três cores possíveis, então os quarks do mesmo sabor são definidos como um triplete com os três quarks de cor diferente

$$n_L = \begin{pmatrix} n_L^R \\ n_L^G \\ n_L^B \end{pmatrix}. \quad (208)$$

Na manipulação das derivadas covariantes há o uso de produto tensorial com matrizes identidades que estão ocultas. Para se facilitar a compreensão, pode-se encontrar o uso de produto tensorial em situações em que, por exemplo, um termo escalar \mathbb{x} atua especificamente em cada campo fermiônico sem misturá-los, como ocorre na simetria $U(1)$,

$$\mathbb{x}L \equiv \mathbb{x}\mathbb{1}_{2 \times 2}L \equiv \begin{pmatrix} \mathbb{x} & 0 \\ 0 & \mathbb{x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{x}\nu_L \\ \mathbb{x}e_L \end{pmatrix} \quad (209)$$

resultando desta forma em duas equações, uma em cada linha do vetor resultante. Ao se considerar as transformações de Lorentz, ou a própria definição dos férmions da equação (205) à (207), ocorre o mesmo que na equação (209), mas utilizando, no lugar do escalar \mathbb{x} a matriz γ^μ .

De forma semelhante aplica-se este raciocínio aos sabores dos quarks. As transformações de $U(1)$ e $SU(2)$ vêem os quarks de cores diferentes como partículas diferentes, entretanto não realiza a mistura ou troca de cores. Em $U(1)$ tem-se

$$\mathbb{x}u_R = \mathbb{x}\mathbb{1}_{3 \times 3}u_R = \begin{pmatrix} \mathbb{x} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbb{x} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbb{x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_R^r \\ u_R^g \\ u_R^b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_R^r \\ u_R^g \\ u_R^b \end{pmatrix}, \quad (210)$$

Em específico, a transformação $SU(2)$ percebe o par quark up e down de mesma cor e mistura-os. Seja σ uma matriz genérica 2×2 da transformação $SU(2)$ no lugar de \mathbb{x} , obtém-se:

$$\sigma Q_L = \sigma \otimes \mathbb{1}_{3 \times 3} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11}\mathbb{1}_{3 \times 3} & \sigma_{12}\mathbb{1}_{3 \times 3} \\ \sigma_{21}\mathbb{1}_{3 \times 3} & \sigma_{22}\mathbb{1}_{3 \times 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L^r \\ u_L^g \\ u_L^b \\ d_L^r \\ d_L^g \\ d_L^b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11}u_L^r + \sigma_{12}d_L^r \\ \sigma_{11}u_L^g + \sigma_{12}d_L^g \\ \sigma_{11}u_L^b + \sigma_{12}d_L^b \\ \sigma_{21}u_L^r + \sigma_{22}d_L^r \\ \sigma_{21}u_L^g + \sigma_{22}d_L^g \\ \sigma_{21}u_L^b + \sigma_{22}d_L^b \end{pmatrix}. \quad (211)$$

Para o caso das transformações em $SU(3)$, seja λ uma matriz genérica 3×3 responsável por essa transformação. Ela não irá misturar termos dos sabores dos quarks, apenas os índices de cores.

$$\lambda Q_L = \mathbb{1}_{2 \times 2} \otimes \lambda_{3 \times 3} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & \lambda_{3 \times 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L^r \\ u_L^g \\ u_L^b \\ d_L^r \\ d_L^g \\ d_L^b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{11}u_L^r + \lambda_{12}u_L^g + \lambda_{13}u_L^b \\ \lambda_{21}u_L^r + \lambda_{22}u_L^g + \lambda_{23}u_L^b \\ \lambda_{31}u_L^r + \lambda_{32}u_L^g + \lambda_{33}u_L^b \\ \lambda_{11}d_L^r + \lambda_{12}d_L^g + \lambda_{13}d_L^b \\ \lambda_{21}d_L^r + \lambda_{22}d_L^g + \lambda_{23}d_L^b \\ \lambda_{31}d_L^r + \lambda_{32}d_L^g + \lambda_{33}d_L^b \end{pmatrix} \quad (212)$$

A.2 Reescrevendo o campo ϕ excitado no vácuo

Foi obtido o campo

$$\phi = \phi_0 + \delta\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \rho_1(x) + i\rho_2(x) \\ v + h(x) + i\rho_3(x) \end{pmatrix} \quad (213)$$

excitando ϕ_0 . Que pode ser reescrito da seguinte forma

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} U(x) \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}, \quad (214)$$

sendo o termo $U(x)$ definido como

$$U(x) \equiv e^{ig_4 \varrho(x)^j \sigma^j} = e^{ig_1 Y_\phi \vartheta(x)} e^{-ig_2 \theta(x)^i \sigma^i}. \quad (215)$$

Por meio da definição

$$e^{\mathbb{A} \theta^j \sigma^j} = \mathbb{1} \cos(\mathbb{A}) + i \sin(\mathbb{A}) \theta^j \sigma^j, \quad (216)$$

obtem-se:

$$U(x) = \begin{pmatrix} \cos(g_4) + i \sin(g_4) \varrho^3(x) & i \sin(g_4) \varrho^1(x) + \sin(g_4) \varrho^2(x) \\ i \sin(g_4) \varrho^1(x) - \sin(g_4) \varrho^2(x) & \cos(g_4) - i \sin(g_4) \varrho^3(x) \end{pmatrix} \quad (217)$$

Para manter a igualdade das equações (213) e (214) usa-se os seguintes parâmetros

$$i \sin(g_4) \varrho^1(x) + \sin(g_4) \varrho^2(x) = \frac{\rho_1(x) + i\rho_2(x)}{v + h(x)} \quad (218)$$

$$\cos(g_4) - i \sin(g_4) \varrho^3(x) = 1 + i \frac{\rho^3(x)}{v + h(x)} \quad (219)$$

A.3 Tensores A, W, Z

Calculo da equação (157):

$$W_{\mu\nu}^1 W^{\mu\nu 1} + W_{\mu\nu}^2 W^{\mu\nu 2} + W_{\mu\nu}^3 W^{\mu\nu 3} + B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}. \quad (220)$$

Separadamente tem-se

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^1 W^{\mu\nu 1} &= (\partial_\mu W_\nu^1 - \partial_\nu W_\mu^1 - 2g_2 W_\mu^2 W_\nu^3 + 2g_2 W_\mu^3 W_\nu^2) \\ &\quad \cdot (\partial^\mu W^{1\nu} - \partial^\nu W^{1\mu} - 2g_2 W^{2\mu} W^{3\nu} + 2g_2 W^{3\mu} W^{2\nu}) \\ &= (\partial_\mu W_\nu^1 - \partial_\nu W_\mu^1) (\partial^\mu W^{1\nu} - \partial^\nu W^{1\mu}) \\ &\quad - 4g_2 \partial_\mu W_\nu^1 W^{2\mu} W^{3\nu} + 4g_2 \partial_\mu W_\nu^1 W^{3\mu} W^{2\nu} \\ &\quad + 4g_2 \partial_\nu W_\mu^1 W^{2\mu} W^{3\nu} - 4g_2 \partial_\nu W_\mu^1 W^{3\mu} W^{2\nu} \\ &\quad + 4g_2^2 (W_\mu^2 W_\nu^3)^2 + 4g_2^2 (W_\mu^3 W_\nu^2)^2 - 8g_2^2 W_\mu^2 W_\nu^3 W^{3\mu} W^{2\nu} \\ &= (\partial_\mu W_\nu^1 - \partial_\nu W_\mu^1) (\partial^\mu W^{1\nu} - \partial^\nu W^{1\mu}) \\ &\quad + 8g_2 \partial_\nu W_\mu^1 W^{2\mu} W^{3\nu} - 8g_2 \partial_\nu W_\mu^1 W^{3\mu} W^{2\nu} \\ &\quad + 8g_2^2 (W_\mu^2 W_\nu^3)^2 - 8g_2^2 W_\mu^2 W_\nu^3 W^{3\mu} W^{2\nu}. \end{aligned} \quad (221)$$

Utilizando se o mesmo raciocínio

$$\begin{aligned}
W_{\mu\nu}^2 W^{\mu\nu 2} &= (\partial_\mu W_\nu^2 - \partial_\nu W_\mu^2 - 2g_2 W_\mu^3 W_\nu^1 + 2g_2 W_\mu^1 W_\nu^3) \\
&\quad \cdot (\partial^\mu W^{2\nu} - \partial^\nu W^{2\mu} - 2g_2 W^{3\mu} W^{1\nu} + 2g_2 W^{1\mu} W^{3\nu}) \\
&= (\partial_\mu W_\nu^2 - \partial_\nu W_\mu^2)(\partial^\mu W^{2\nu} - \partial^\nu W^{2\mu}) \\
&\quad + 8g_2 \partial_\nu W_\mu^2 W^{3\mu} W^{1\nu} - 8g_2 \partial_\nu W_\mu^2 W^{1\mu} W^{3\nu} \\
&\quad + 8g_2^2 (W_\mu^3 W_\nu^1)^2 - 8g_2^2 W_\mu^3 W_\nu^1 W^{1\mu} W^{3\nu}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_{\mu\nu}^3 W^{\mu\nu 3} &= (\partial_\mu W_\nu^3 - \partial_\nu W_\mu^3 - 2g_2 W_\mu^1 W_\nu^2 + 2g_2 W_\mu^2 W_\nu^1) \\
&\quad \cdot (\partial^\mu W^{3\nu} - \partial^\nu W^{3\mu} - 2g_2 W^{1\mu} W^{2\nu} + 2g_2 W^{2\mu} W^{1\nu}) \\
&= (\partial_\mu W_\nu^3 - \partial_\nu W_\mu^3)(\partial^\mu W^{3\nu} - \partial^\nu W^{3\mu}) \\
&\quad + 8g_2 \partial_\nu W_\mu^3 W^{1\mu} W^{2\nu} - 8g_2 \partial_\nu W_\mu^3 W^{2\mu} W^{1\nu} \\
&\quad + 8g_2^2 (W_\mu^1 W_\nu^2)^2 - 8g_2^2 W_\mu^1 W_\nu^2 W^{2\mu} W^{1\nu}
\end{aligned}$$

$$B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} = (\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)(\partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu) \quad (222)$$

A soma dos 4 termos acima ao modificar os índices de Einstein é:

$$\begin{aligned}
&W_{\mu\nu}^1 W^{\mu\nu 1} + W_{\mu\nu}^2 W^{\mu\nu 2} + W_{\mu\nu}^3 W^{\mu\nu 3} + B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\
&= (\partial_\mu W_\nu^1 - \partial_\nu W_\mu^1)(\partial^\mu W^{1\nu} - \partial^\nu W^{1\mu}) \\
&\quad + (\partial_\mu W_\nu^2 - \partial_\nu W_\mu^2)(\partial^\mu W^{2\nu} - \partial^\nu W^{2\mu}) \\
&\quad + (\partial_\mu W_\nu^3 - \partial_\nu W_\mu^3)(\partial^\mu W^{3\nu} - \partial^\nu W^{3\mu}) \\
&\quad + (\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)(\partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu) \\
&\quad + [8g_2 \partial_\nu W_\mu^1 W^{2\mu} W^{3\nu} + 8g_2 \partial_\mu W_\nu^1 W^{2\mu} W^{3\nu} \\
&\quad + 8g_2 \partial_\mu W_\nu^2 W^{1\mu} W^{3\nu} - 8g_2 \partial_\nu W_\mu^2 W^{1\mu} W^{3\nu} \\
&\quad - 8g_2^2 W_\mu^3 W_\nu^1 W^{1\mu} W^{3\nu} - 8g_2^2 W_\mu^2 W_\nu^3 W^{3\mu} W^{2\nu} \\
&\quad + 8g_2^2 (W_\mu^2 W_\nu^3)^2 + 8g_2^2 (W_\mu^3 W_\nu^1)^2 \\
&\quad + 8g_2^2 (W_\mu^1 W_\nu^2)^2 - 8g_2^2 W_\mu^1 W_\nu^2 W^{2\mu} W^{1\nu} \\
&\quad + 8g_2 \partial_\nu W_\mu^3 W^{1\mu} W^{2\nu} - 8g_2 \partial_\mu W_\nu^3 W^{2\nu} W^{1\mu}] \quad (223)
\end{aligned}$$

Sendo os tensores dos campos vetoriais dados por $F_{\mu\nu} = \partial_\mu F_\nu - \partial_\nu F_\mu$ e usando as definições de W_ν^\pm , de Z_μ

e de A_μ a equação acima simplifica-se em:

$$\begin{aligned}
& W_{\mu\nu}^1 W^{\mu\nu 1} + W_{\mu\nu}^2 W^{\mu\nu 2} + W_{\mu\nu}^3 W^{\mu\nu 3} + B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\
= & W_{\mu\nu}^- W^{+\mu\nu} Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} + A_{\mu\nu} A^{\mu\nu} \\
& 4g_2 i W_{\mu\nu}^+ W^{\mu-} W^{\nu 3} - 4g_2 i W_{\mu\nu}^- W^{\mu+} W^{\nu 3} \\
& - 8g_2^2 W_\mu^+ W^{\nu-} W^{\mu 3} W_\nu^3 \\
& + 8g_2^2 W_\mu^+ W^{\mu-} W_\nu^3 W^{\nu 3} \\
& + 2g_2^2 (W_\mu^+ W^{\mu-} W_\nu^- W^{\nu+} - W_\mu^+ W^{\mu+} W_\nu^- W^{\nu-}) \\
& + 2ig_2 W_{\mu\nu}^3 (W^{\mu+} W^{\nu-} - W^{\mu-} W^{\nu+}) \tag{224}
\end{aligned}$$

Agora basta aplicar $W^{\nu 3}$ em função dos campos A_μ e Z_μ , e, também, utilizar da definição de $\cos(\theta_W)$ e $\sin(\theta_W)$, das equações (146) e (147), para se obter (157).

A.4 Transformação do eletromagnetismo

Busca-se aqui uma transformação do tipo $SU(2) \times U(1)$ que deixe invariante o campo da equação (131) tal que

$$\phi \rightarrow \phi' = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}. \tag{225}$$

A transformação eletrofraca do campo ϕ' é

$$e^{i(g_2 \theta(x)^j \sigma^j - g_1 Y_H \vartheta(x))} \phi'. \tag{226}$$

Como a intenção é deixar este campo invariante, uma matriz diagonal é mais útil, e por isso define-se $\theta^j = 0, 0, \theta^3$. Além de assumir $e\alpha(x) \equiv -2g_1 Y_\phi \vartheta(x)$ e $e\alpha(x) \equiv 2g_2 \theta(x)^3$ para assim se obter

$$e^{i\frac{1}{2}e\alpha(x)(\mathbb{1} + \sigma^3)}$$

Essa definição de $\alpha(x)$ é a condição dentro da transformação eletrofraca para fornecer uma transformação que a lagrangiana, após a quebra de simetria, seja invariante.

Para cada férmion n ocorre a seguinte transformação eletrofraca

$$e^{i(g_2 \theta(x)^j \sigma^j - g_1 Y_n \vartheta(x))}, \tag{227}$$

que pela equação (177) corresponde à:

$$\psi'_\nu \rightarrow e^{i\frac{ie}{2Y_\phi}(Y_L + Y_\phi)\alpha(x)} \psi_\nu, \quad \psi'_n \rightarrow e^{i\frac{eY_n}{2Y_\phi}e\alpha(x)} \psi_n. \tag{228}$$

Os campos vetoriais dos bósons também terão uma transformação específica. Dada a transformação em $SU(2)$ e $U(1)$ dos campos iniciais B_μ e W_μ^j ,

$$B'_\mu = B_\mu - \partial_\mu \vartheta(x) \tag{229}$$

e

$$W'_\mu = e^{ig_2 \theta(x)^j \sigma^j} (W_\mu - i\partial_\mu) e^{-ig_2 \theta(x)^j \sigma^j}, \tag{230}$$

sendo $g_2 W_\mu^j \sigma^j \equiv W_\mu$. Aplicando as definições de $\alpha(x)$ tem-se

$$\begin{aligned}
B'_\mu &= B_\mu + \frac{e}{2g_1 Y_\phi} \partial_\mu \alpha(x) \\
g_2 W_\mu^j \sigma^{j'} &= e^{i\frac{1}{2}e\alpha(x)\sigma^3} (g_2 W_\mu^j \sigma^j - \frac{\sigma^3 e}{2} \partial_\mu \alpha(x)) e^{-i\frac{1}{2}e\alpha(x)\sigma^3} \\
&= e^{i\frac{e}{2}\alpha(x)\sigma^3} (g_2 \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \sigma^+ + W_\mu^- \sigma^-) + g_2 W_\mu^3 \sigma^3) e^{-i\frac{e}{2}\alpha(x)\sigma^3} \\
&\quad - e^{i\frac{e}{2}\alpha(x)\sigma^3} \frac{\sigma^3 e}{2} \partial_\mu \alpha(x) e^{-i\frac{e}{2}\alpha(x)\sigma^3} \\
&= g_2 \begin{pmatrix} W_\mu^3 - \frac{e\partial_\mu \alpha(x)}{2g_2} & W_\mu^+ e^{ie\alpha(x)} \\ W_\mu^- e^{-ie\alpha(x)} & -W_\mu^3 + \frac{e\partial_\mu \alpha(x)}{2g_2} \end{pmatrix}. \tag{232}
\end{aligned}$$

Na equação (232) foi usado o fato que a exponencial de uma matriz diagonal é a matriz com a exponencial na diagonal com cada termo no expoente.

Para se obter as transformações dos campos transformados é necessário recordar as definições:

$$\begin{aligned}\sigma^\pm &= (\sigma^1 \pm i\sigma^2), \\ W_\mu^\pm &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \\ A_\mu &= \frac{g_2 B_\mu - \bar{g}_1 W_\mu^3}{\sqrt{\bar{g}_1^2 + g_2^2}}, \\ Z_\mu &= \frac{g_2 W_\mu^3 + \bar{g}_1 B_\mu}{\sqrt{\bar{g}_1^2 + g_2^2}},\end{aligned}$$

desta forma se obtém as transformações

$$W_\mu^{3'} = W_\mu^3 - \frac{e\partial_\mu\alpha(x)}{2g_2}, \quad (233)$$

$$W_\mu^{+'} = W_\mu^+ e^{ie\alpha(x)}, \quad (234)$$

$$W_\mu^{-'} = W_\mu^- e^{-ie\alpha(x)}, \quad (235)$$

$$Z'_\mu = Z_\mu, \quad (236)$$

$$A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu\alpha(x). \quad (237)$$

Por fim, com a transformação dos campos vetoriais pode-se encontrar a dos tensores destes campos, definidas como $F_{\mu\nu} = \partial_\mu F_\nu - \partial_\nu F_\mu$, descritas conforme

$$W_{\mu\nu}^{+'} = [W_{\mu\nu}^+ + ie(W_\nu^+ \partial_\mu\alpha(x) - W_\mu^+ \partial_\nu\alpha(x))]e^{iq\alpha(x)} \quad (238)$$

$$W_{\mu\nu}^{-'} = [W_{\mu\nu}^- - ie(W_\nu^- \partial_\mu\alpha(x) - W_\mu^- \partial_\nu\alpha(x))]e^{-iq\alpha(x)} \quad (239)$$

$$Z'_{\mu\nu} = Z_{\mu\nu} \quad (240)$$

$$A'_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \quad (241)$$

Referências

- [1] Yorikiyo Nagashima and Yorikiyo Nagashima. *Elementary particle physics*, volume 1. Wiley Online Library, 2010.
- [2] S Dawson. Electroweak symmetry breaking and effective field theory. In *Anticipating the Next Discoveries in Particle Physics: TASI 2016 Proceedings of 2016 Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics*, pages 1–54. World Scientific, 2016.
- [3] Hitoshi Murayama. The origin of neutrino mass. *Physics World*, 15(5):35, 2002.
- [4] André De Gouvêa. 2004 tasi lectures on neutrino physics. *arXiv preprint hep-ph/0411274*, 2004.
- [5] Albert M Sirunyan et al. Combined measurements of Higgs boson couplings in proton–proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV. *Eur. Phys. J. C*, 79(5):421, 2019.
- [6] Wolfgang Hollik. Quantum field theory and the standard model. *arXiv preprint arXiv:1012.3883*, 2010.
- [7] Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li. *Gauge theory of elementary particle physics*. Oxford university press, 1994.
- [8] Michael E Peskin. *Concepts of elementary particle physics*, volume 26. Oxford Master Series in Physic, 2019.
- [9] David Griffiths. *Introduction to elementary particles*. Wiley-VCH, 2008.
- [10] Chris Quigg. *Gauge theories of the strong, weak, and electromagnetic interactions*. Princeton University Press, 2013.
- [11] Lawrence Gibbons. Introduction to the standard model (phys7645) lecture notes. *Cornell University*, 2013.
- [12] Valery Rubakov. *Classical theory of gauge fields*. Princeton University Press, 2009.
- [13] Ruben Aldrovandi and JG Pereira. An elementary introduction to classical fields. *São Paulo*. Acessado por último: 27-07-2021.
- [14] David Tong: Lectures on quantum field theory. <http://www.damtp.cam.ac.uk/user/tong/qft.html>. Acessado por último: 04-06-2021.
- [15] Mark Burgess. *Classical covariant fields*. Cambridge University Press, 2002.
- [16] Michael Peskin. *An introduction to quantum field theory*. CRC press, 2018.
- [17] Sheldon L. Glashow. Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear Physics*, 22(4):579–588, 1961.
- [18] André de Gouvêa. Neutrino physics—addendum. *Anticipating The Next Discoveries In Particle Physics (Tasi 2016)-Proceedings Of The 2016 Theoretical Advanced Study Institute In Elementary Particle Physics*, page 101, 2018.
- [19] Mariangela Lisanti. Lectures on dark matter physics. *New Frontiers in Fields and Strings*, Nov 2016.