Assimetria quiral em presença de campo magnético

Caio Almeida Alves de Souza*
CCNH, Universidade Federal do ABC – UFABC, 09210-580, Santo André, Brazil.

Rodrigo Fresneda†
CMCC, Universidade Federal do ABC – UFABC, 09210-580, Santo André, Brazil.
(Data: 6 de dezembro de 2018)

No presente trabalho, discutimos ideias recentes acerca das propriedades quirais de sistemas magnetizados com densidade não-nula. Uma característica interessante destes refere-se à possibilidade de apresentarem diversos fenômenos de transporte anômalos. Em particular, concentramos no estudo do efeito magnético quiral.

Palavras-chave: Assimetria quiral, Campo magnético, Efeito magnético quiral.

I. INTRODUÇÃO

As simetrias desempenham um importante papel no estudo das teorias de campo, uma vez que fornecem informações acerca do conteúdo fundamental de sistemas físicos. Consequentemente, estudar os padrões da quebra de simetrias auxiliam na compreensão de processos elementares observados na natureza, permitindo uma abordagem sistemática na construção de novos modelos que descrevam as partículas fundamentais.

Nos últimos anos, a geração de correntes não-dissipativas como resposta à influência de um campo magnético externo em sistemas quirais [1, 2], que violam a paridade, tem atraído um interesse significativo [2–10]. De uma perspectiva teórica, efeitos correlatos foram considerados pioneiramente nas referências [11, 12]. Um destes fenômenos, denominado *efeito magnético quiral* (EMQ), fora proposto como uma possível explicação para certas correlações dependentes da carga em colisões de íons pesados [3–5]. Além disso, o EMQ também pode nos ajudar a entender a estrutura topológica dos campos gluônicos na *cromodinâmica quântica* (QCD) [5–8].

Atualmente, a crescente lista de fenômenos anômalos incluem uma série de efeitos quirais: separação quiral, magnético quiral, vorticial quiral, elétrico quiral, etc [2]. Além das colisões de íons pesados, efeitos quirais deste tipo podem afetar a física das estrelas compactas, do Universo primordial e, talvez, até mesmo dos semimetais de Dirac/Weyl [2, 5, 8].

Na Seção II, reproduzimos parte do estudo realizado no artigo [11], onde apresenta-se um dos primeiros desenvolvimentos acerca da corrente elétrica induzida por um campo magnético de fundo na presença de um sistema com assimetria quiral. Na Seção III, promovemos um estudo detalhado do EMQ, e exibimos o cálculo da corrente anômala através de dois métodos distintos. Na Seção IV, comentamos brevemente sobre o panorama experimental em torno do EMQ e, por fim, na Seção V, elaboramos nossas conclusões sobre o tópico.

* almeida.caio@aluno.ufabc.edu.br
† rodrigo.fresneda@ufabc.edu.br

II. FÉRMIONS NÃO-MASSIVOS DE QUIRALIDADE NEGATIVA

Para uma primeira abordagem, revisitaremos um dos desenvolvimentos teóricos pioneiros na estimativa de correntes anômalas induzidas por um campo magnético externo em sistemas com assimetria quiral, compostos por férmions carregados.

Considere um sistema formado por partículas carregadas, não-massivas, de spin-$\frac{1}{2}$ e com quiralidade negativa, na presença de um campo magnético constante $\mathbf{B}$ [11]. Neste contexto, iremos supor que os férmions são independentes, *i.e.* não-interagentes. Portanto, cada partícula do sistema será descrita pela equação de Dirac [13]

$$\gamma^{\mu}\left(i\partial_{\mu}-eA_{\mu}\right)\psi=0\,, \tag{1}$$

juntamente à condição auxiliar [11],

$$\left(\gamma^{5}+1\right)\psi=0\,, \tag{2}$$

onde ψ é um 4-espinor, que pode ser escrito, em termos dos 2-espinores φ e $\widetilde{\varphi}$, conforme

$$\psi=\begin{pmatrix}\varphi\\ \widetilde{\varphi}\end{pmatrix}.$$

Observando as equações acima, é evidente que estamos trabalhando com unidades naturais, $\hbar=c=1$. Além disso, para esta seção em particular, seguindo o que é exposto no artigo [11], adotaremos as matrizes γ na representação de Pauli-Dirac, segundo convencionado por Bjorken & Drell [13].

Para descrever um campo magnético constante, o qual, por razões práticas, iremos assumir direcionado ao longo do eixo z, *i.e.* $\mathbf{B}=B\,\widehat{\mathbf{k}}$, as componentes do quadripotencial $A_{\mu}(\mathbf{r})$ podem ser escolhidas como [1]

$$A_0=0\,,\;\mathbf{A}=(B\,x)\,\widehat{\boldsymbol{\jmath}}\,,$$

onde estamos adotando o *gauge* de Landau.

Da condição de Weyl com autovalor negativo, *c.f.* Eq.(2), obtemos a seguinte relação

$$\varphi=-\widetilde{\varphi}\,. \tag{3}$$

Introduzindo este resultado na Eq.(1), reduzimos o problema à equação [1],

$$\left[i\frac{\partial}{\partial t} - \boldsymbol{\sigma}\cdot(i\boldsymbol{\nabla} - e\mathbf{A})\right]\varphi = 0\,, \tag{4}$$

que, de maneira implícita, trata-se de um sistema de duas equações diferenciais acopladas, com $\boldsymbol{\sigma} \coloneqq (\sigma_x\,,\,\sigma_y\,,\,\sigma_z)$, cujos elementos denotam as matrizes de Pauli [13]. Considerando apenas soluções referentes aos estados estacionários,

$$\varphi(t,\mathbf{r}) \longrightarrow \varphi(\mathbf{r})\,e^{-i\varepsilon t}\,,$$

onde ε representa os autovalores de energia, o sistema em (4), após unirmos as equações diferenciais, torna-se [1]

$$\left[-\nabla^2 + (e\,B\,x)^2 - eB\left(\sigma_z - 2\,i\,x\frac{\partial}{\partial y}\right)\right]\varphi = \varepsilon^2\varphi\,. \tag{5}$$

Ao resolvermos a equação diferencial resultante, determinamos o seguinte espectro de autovalores para a energia do sistema [11],

$$\varepsilon_n{}^2 = p_z{}^2 + 2\,n\,eB\,, \tag{6}$$

onde $n \in \mathbb{N}$. Em particular, para $n \neq 0$, as soluções da Eq.(5) são dadas por [1, 11]

$$\varphi_n(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\sqrt{\varepsilon}}\begin{pmatrix}(\varepsilon - p_z)^{1/2}\;v_n(\xi)\\ i\,(\varepsilon + p_z)^{1/2}\;v_{n-1}(\xi)\end{pmatrix}e^{ip_y y + ip_z z}. \tag{7}$$

Caso tenhamos $n = 0$, estas assumem a forma [11]

$$\varphi_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}}\begin{pmatrix}v_0(\xi)\\ 0\end{pmatrix}e^{ip_y y + ip_z z}. \tag{8}$$

As funções $v_n(\xi)$ são versões redimensionadas dos polinômios de Hermite, $H_n(\xi)$ [1, 11],

$$v_n(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2^n\,n!}}\left(\frac{eB}{\pi}\right)^{1/4} e^{-\xi^2/2}\,H_n(\xi)\,, \tag{9}$$

onde a variável ξ fora definida conforme [1, 11]

$$\xi \coloneqq \sqrt{eB}\left(x - \frac{p_y}{eB}\right). \tag{10}$$

Os coeficientes adotados em (9) são tais que garantam a ortonormalidade destas funções [11], *i.e.*

$$\int_{-\infty}^{\infty} v_n(\xi)\,v_m(\xi)\,\mathrm{d}x = \delta_{nm}\,. \tag{11}$$

Finalmente, podemos escrever a solução geral para a parte espacial do 4-espinor ψ [1, 11],

$$\psi_n(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix}\otimes\varphi_n(\mathbf{r})\,, \tag{12}$$

sendo $\varphi_n(\mathbf{r})$ os 2-espinores apresentados em (7) e (8), segundo o valor de n. Naturalmente, por se tratarem de estados estacionários, a contribuição temporal é dada exclusivamente por uma fase global e, portanto, pode ser omitida sem comprometer as implicações físicas.

Na mecânica quântica relativística, as componentes da densidade de quadricorrente de probabilidade são calculadas da seguinte maneira [13],

$$j^\mu = \psi^\dagger\gamma^0\gamma^\mu\psi\,, \tag{13}$$

onde $\psi^\dagger$ refere-se ao hermitiano conjugado do 4-espinor. Estamos particularmente interessados no cálculo da *corrente de equilíbrio*, que refere-se à corrente elétrica estabelecida com o sistema em situação de equilíbrio [8]. Uma vez que as órbitas no plano $p_x\,p_y$ são quantizadas nos níveis de Landau, como podemos observar na relação de dispersão (6), concluímos que o movimento dos férmions respectivo ao plano $x\,y$ fica restringido. Entretanto, as partículas podem se movimentar livremente ao longo do eixo z. Portanto, a única contribuição significativa para a corrente de equilíbrio é dada pela componente com $\mu = 3$. Dessa forma, a densidade de corrente (elétrica) de equilíbrio pode ser escrita como [11]

$$J_z = e\sum_{n=0}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}p_y\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}p_z\;f(\varepsilon - \chi)\,j^3\,, \tag{14}$$

com $f(x) = (e^{\beta x} + 1)^{-1}$ sendo a função distribuição de Fermi-Dirac, onde $\beta = 1/T$ é o inverso da temperatura do sistema, e χ sendo o potencial químico.

Introduzindo a forma explícita de ψ na Eq.(13), e realizando os cálculos especificamente para o caso onde $\mu = 3$, obtemos [11]

$$j^3 = \begin{cases} -\dfrac{1}{8\pi^2\varepsilon}\Big[\,(\varepsilon - p_z)\,v_n{}^2(\xi) \\ \qquad\qquad - (\varepsilon + p_z)\,v_{n-1}{}^2(\xi)\Big],\; n \neq 0\,, \\ \\ -\dfrac{1}{4\pi^2}\,v_0{}^2(\xi),\; n = 0\,. \end{cases} \tag{15}$$

Aplicando estas expressões em (14) e efetuando as integrações sobre p_y e p_z, concluímos que todos os termos com $n \neq 0$ se anulam [11]. Visto que apenas o termo respectivo à $n = 0$ contribui para a densidade de corrente de equilíbrio, temos que [11]

$$\begin{aligned} J_z &= -\frac{e}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}p_y\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}p_z\;f(\varepsilon_0 - \chi)\;v_0{}^2(\xi) \\ &= -\frac{e}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}p_z\;f(\varepsilon_0 - \chi)\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}p_y\;v_0{}^2(\xi) \\ &= -\frac{e^2B}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}p_z\;f(|p_z| - \chi) \\ &= -\frac{e^2B}{2\pi^2}\int_0^{\infty}\mathrm{d}p\;f(p - \chi)\,. \end{aligned} \tag{16}$$

Há, porém, um importantíssimo detalhe a ser considerado para o sistema em estudo: se $T \neq 0$, então as antipartículas também estarão presentes [11, 14]. A condição de equilíbrio implica que o potencial químico das antipartículas será dado por $-\chi$ [11, 14]. Devido a isso, precisamos acrescentar a contribuição das antipartículas à Eq.(16), o que resulta em [11]

$$J_z = -\frac{e^2 B}{2\pi^2} \int_0^\infty \mathrm{d}p \left[f(p-\chi) - f(p+\chi) \right]$$

$$= -\frac{e^2 B}{2\pi^2} \frac{1}{\beta} \ln \left[\frac{1+\exp(\beta\chi)}{1+\exp(-\beta\chi)} \right] = -\frac{e^2 B}{2\pi^2} \chi \,, \qquad (17)$$

ou ainda, na forma vetorial,

$$\mathbf{J} = -\frac{e^2 \chi}{2\pi^2} \mathbf{B} \,. \qquad (18)$$

A equação (18) apresenta propriedades bastante curiosas acerca da corrente de equilíbrio. Primeiramente, notamos que ela depende do potencial químico, porém independe da temperatura do sistema.

Reproduzimos aqui umas das primeiras análises teóricas que indicava a existência de correntes anômalas devido ao desequilíbrio de quiralidade no sistema [8]. Em vista das considerações adotadas, a possibilidade de haver uma corrente de equilíbrio não-nula é bastante intrigante. Tanto que, segundo A. Vilenkin, o resultado (18) fora criticado por C. N. Yang [8].

III. EFEITO MAGNÉTICO QUIRAL

Nesta seção, apresentamos uma discussão detalhada sobre o *efeito magnético quiral* (EMQ) em um contexto usualmente abordado pelas principais referências que tratam deste fenômeno: um plasma de quark-glúons em um campo magnético externo [3–5, 8].

Em temperaturas extremamente elevadas, é natural esperar que os momentos típicos dos quarks sejam muito maiores do que suas massas [4]. Portanto, visto que estamos considerando um plasma de quark-glúons, podemos assumir, sem que isso comprometa aspectos físicos essenciais do modelo, que eles possuam massa aproximadamente nula [3–5].

A. Surgimento da assimetria quiral

O comportamento dos quarks, e de suas respectivas interações através de glúons, é descrito pela QCD. A teoria prevê que, na fase de plasma, certas configurações do campo gluônico são fundamentais para compreender a dinâmica do sistema [5]. Em relação a cada uma destas configurações especiais, podemos associar uma *carga topológica* (em inglês, *winding number*) [3–5]. Nos casos onde há uma carga topológica não-nula, a relevância física deste parâmetro se traduz na quebra da simetria carga-paridade ($\mathcal{CP}$) da QCD [3]. Além disso, por tratar-se de uma propriedade topologicamente invariante, isso significa que deformações suaves de tais configurações não alteram o valor da carga topológica associada [5].

Quarks não-massivos podem alterar sua quiralidade ao interagirem com glúons [4]. Por meio da *anomalia axial* [15, 16], as configurações do campo gluônico que mencionamos anteriormente, dependendo do sinal de suas respectivas cargas topológicas, são capazes de transformar quarks de quiralidade negativa em quarks de quiralidade positiva (e vice-versa) [5]. A relação exata para a taxa de variação na quiralidade do sistema, induzida por configurações topológicas, é dada por [5]

$$\frac{\mathrm{d}(N_R - N_L)}{\mathrm{d}t} = -\frac{g^2 N_f}{32\pi^2} \int \mathrm{d}^3x \; G_a^{\mu\nu} \epsilon_{\mu\nu}{}^{\rho\sigma} G_{\rho\sigma}^a \,, \qquad (19)$$

onde $N_{R/L}$ representa, respectivamente, o número líquido de quarks (menos antiquarks) com quiralidade positiva/negativa, N_f é o número de sabores não-massivos, e g denota a constante de acoplamento da QCD. Naturalmente, $G_a^{\mu\nu}$ é o tensor de força do campo gluônico, cujo índice $a = 1, 2, 3, \ldots, 8$ associa-se às cargas de cor, uma vez que o grupo SU(3) possui 8 geradores na representação adjunta [17].

Nesta breve exposição acerca do mecanismo que permite o surgimento da assimetria quiral, observamos que a quiralidade é induzida, por intermédio da anomalia axial, pelas transições topológicas da mudança de carga [5]. O presente trabalho, porém, não se propõe a apresentar uma derivação da equação (19) ou mesmo a avaliar o EMQ diretamente no cenário da QCD. Pretendemos, com base na interpretação física discutida em parágrafos anteriores, estudar a resposta de equilíbrio do plasma de quark-glúons, sujeito à influência de um campo magnético externo, sem utilizar (necessariamente) a QCD. Para tanto, de modo a "reproduzir" estes efeitos topológicos em um contexto simplificado, iremos introduzir o chamado *potencial químico quiral* [5].

B. Cálculo da corrente induzida via balanço de energia

Para estudar as implicações da assimetria quiral, iremos supor a existência de um potencial químico quiral μ_5, bem como argumentamos anteriormente. De maneira que este potencial químico possa mimetizar os efeitos topológicos não-triviais do campo de *gauge* da QCD, ele deverá estar acoplado à diferença numérica entre os férmions com quiralidade positiva e aqueles com quiralidade negativa [5].

Considere, portanto, um sistema com potencial químico quiral não-nulo, $\mu_5 \neq 0$, sujeito à influência de um campo elétrico $\mathbf{E}$ e de um campo magnético $\mathbf{B}$ [5]. A forma mais simples de obter a expressão para a corrente induzida neste cenário deve-se ao belíssimo argumento de Nielsen & Ninomiya [12].

Em primeiro lugar, vamos olhar para o efeito que o campo magnético $\mathbf{B}$ tem sobre os férmions, aos quais assumiremos uma carga positiva ($+e$). As partículas irão ocupar os níveis de Landau, bem como fora analiticamente observado na Seção II, e assim, temos que o movimento destas no plano transversal ao campo $\mathbf{B}$ fica restrito [5, 13]. Os férmions, porém, continuam livres para se movimentar ao longo da direção do campo magnético [5, 13]. Uma vez que os spins das partículas estarão preferencialmente alinhados com o campo, então concluímos que o movimento paralelo a $\mathbf{B}$ corresponde aos férmions de quiralidade positiva, enquanto que o movimento antiparalelo a $\mathbf{B}$ corresponde aos férmions de quiralidade negativa [5].

Neste novo cenário, a presença do campo elétrico $\mathbf{E}$, o qual será disposto paralelo ao campo magnético, é capaz de alterar a quiralidade das partículas [5]. A energia dos férmions de quiralidade positiva, sob a atuação da força de Lorentz, cresce linearmente com o tempo [5, 8]. Consequentemente, estas irão apresentar um momento de Fermi crescente, dado por

$$p_F^R = eEt \,. \tag{20}$$

De modo semelhante, para cargas com quiralidade negativa, observaremos um momento de Fermi decrescente, onde $p_F^L = -p_F^R$ [5, 8]. Portanto, as partículas (com carga $+e$) se movimentarão no mesmo sentido dos campos, enquanto que as anti-partículas (com carga $-e$) se movimentarão no sentido contrário. Assim, inferimos que uma corrente elétrica será induzida ao longo da direção de $\mathbf{E}$ [5, 8].

Para relacionar a assimetria quiral com as grandezas conhecidas, devemos contabilizar a densidade de estados fermiônicos associados a cada uma das quiralidades. Em ambos os casos, este resultado é obtido através do produto entre as densidades dos espaços de fase longitudinal e transversal[1] [5]. Avaliemos, por exemplo, a contribuição dos férmions com quiralidade positiva. A densidade unidimensional de estados ao longo do eixo longitudinal aos campos é dada simplesmente por $p_F^R/2\pi$ [5, 8]. Já na direção transversal, a densidade de níveis de Landau é calculada como sendo $eB/2\pi$ [5, 8]. Logo, vemos que a densidade de férmions com quiralidade positiva aumenta, por unidade de tempo, conforme

$$\frac{\mathrm{d}^4 N_R}{\mathrm{d}t\,\mathrm{d}^3x} = \frac{e^2}{4\pi^2}\left(\mathbf{E}\cdot\mathbf{B}\right) \,. \tag{21}$$

A densidade de férmions com quiralidade negativa varia na mesma taxa, porém, devido à diferença de sinal, esta diminui com o tempo [5, 8],

$$\frac{\mathrm{d}^4 N_L}{\mathrm{d}t\,\mathrm{d}^3x} = -\frac{e^2}{4\pi^2}\left(\mathbf{E}\cdot\mathbf{B}\right) \,. \tag{22}$$

Portanto, a diferença numérica de partículas no sistema com diferentes quiralidades, $N_5 = N_R - N_L$, será alterada, por unidade de volume e por unidade de tempo, segundo a equação [5]

$$\frac{\mathrm{d}^4 N_5}{\mathrm{d}t\,\mathrm{d}^3x} = \frac{e^2}{2\pi^2}\left(\mathbf{E}\cdot\mathbf{B}\right) \,. \tag{23}$$

Ao integrar a expressão (23) no espaço, obtemos a mudança na quiralidade do sistema por unidade de tempo,

$$\frac{\mathrm{d}N_5}{\mathrm{d}t} = \frac{e^2}{2\pi^2}\int \mathrm{d}^3x \;\, \mathbf{E}\cdot\mathbf{B} \,. \tag{24}$$

Aqui entra o argumento de Nielsen & Ninomiya [12] referente ao balanço de energia associado à mudança na quiralidade. Para converter a quiralidade de um férmion, devemos removê-lo da superfície de Fermi respectiva à quiralidade original e adicioná-lo naquela correspondente à quiralidade distinta [5]. Isso requer um custo energético que está diretamente associado ao potencial químico quiral μ_5. Evidentemente, a energia necessária para invocar uma variação infinitesimal $\mathrm{d}N_5$ na quiralidade é dada por $\mu_5\, \mathrm{d}N_5$ [5]. Assim, da Eq.(24), obtemos a energia necessária, por unidade de tempo, para gerar as mudanças na quiralidade,

$$P \equiv \mu_5 \frac{\mathrm{d}N_5}{\mathrm{d}t} = \frac{e^2\mu_5}{2\pi^2}\int \mathrm{d}^3x \;\, \mathbf{E}\cdot\mathbf{B} \,, \tag{25}$$

que, essencialmente, refere-se à potência P necessária para viabilizar a dinâmica do fenômeno [5]. Assumindo que não há perdas, então essa energia precisa vir de algum lugar. De fato, ela provém da corrente induzida que comentamos anteriormente. A potência entregue por uma densidade de corrente $\mathbf{J}$, na presença de um campo elétrico $\mathbf{E}$, é dada por [5]

$$P = \int \mathrm{d}^3x \;\, \mathbf{J}\cdot\mathbf{E} \,. \tag{26}$$

Das equações (25) e (26), segue-se diretamente que

$$\int \mathrm{d}^3x \;\, \mathbf{J}\cdot\mathbf{E} = \frac{e^2\mu_5}{2\pi^2}\int \mathrm{d}^3x \;\, \mathbf{E}\cdot\mathbf{B} \,, \tag{27}$$

e assim, finalmente concluímos que a densidade de corrente induzida é dada por

$$\mathbf{J} = \frac{e^2\mu_5}{2\pi^2}\mathbf{B} \,. \tag{28}$$

Em suma, a assimetria na quiralidade de um sistema fermiônico, na presença de um campo magnético, induz uma corrente elétrica ao longo do eixo longitudinal do campo [2, 5, 8]. Consequentemente, na mesma direção, as cargas positivas serão separadas das cargas negativas [5, 8]. Este é justamente o fenômeno denominado "*efeito magnético quiral*".

O cálculo da corrente induzida, segundo o argumento do balanço de energia, nos revela que a anomalia axial eletromagnética também desempenha um papel importante

[1] Salientamos que estas orientações são definidas em relação à direção dos campos elétrico e magnético.

no EMQ [5, 8]. A anomalia axial da QCD, aqui caracterizada pelo potencial químico quiral μ_5, nos fornece a assimetria quiral, enquanto que a anomalia axial eletromagnética [15, 16] estabelece a corrente de equilíbrio.

C. EMQ na Teoria de Maxwell-Chern-Simons

Por fim, vamos considerar o EMQ na teoria efetiva do eletromagnetismo, conhecida como *eletrodinâmica de Maxwell-Chern-Simons* [6–8]. Iniciamos a discussão acoplando a QCD ao eletromagnetismo, obtendo uma teoria com simetria de *gauge* $\mathrm{SU}(3)\times\mathrm{U}(1)$ [6–8], cuja (densidade) lagrangiana é

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{QCD + QED}} = -\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{\mu\nu}_a - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \\ + \sum_f \psi^\dagger_f\gamma^0\Big[i\gamma^\mu\left(\partial_\mu - igA^a_\mu t_a - iq_f\,eA_\mu\right) - m_f\Big]\psi_f + \\ - \frac{\theta}{32\pi^2}\,g^2\,G^{\mu\nu}_a\epsilon_{\mu\nu}{}^{\rho\sigma}G^a_{\rho\sigma}\,,\end{aligned} \tag{29}$$

onde A_μ denota o quadripotencial eletromagnético, $F_{\mu\nu}$ o tensor campo eletromagnético, $A^a_\mu t_a$ o campo gluônico, e onde m_f e $q_f\,e$ referem-se, respectivamente, à massa e à carga elétrica dos férmions. O somatório em f indica uma soma sobre todos os sabores (*flavors*) presentes. O último termo, que inclui o *campo axiônico* θ na lagrangiana, estabelecerá, na teoria efetiva, o acoplamento dos campos eletromagnéticos com a carga topológica conduzida pelos campos gluônicos [5–8].

Para obter a lagrangiana de Maxwell-Chern-Simons, tratamos do setor eletromagnético da teoria (29). Naturalmente, os campos eletromagnéticos irão acoplar-se às correntes, sendo estas calculadas conforme [6–8]

$$J^\mu = e\sum_f q_f\,\psi^\dagger_f\gamma^0\gamma^\mu\psi_f\,.$$

Além disso, introduziremos um campo efetivo pseudoescalar $\theta = \theta(t,\mathbf{x})$ para descrever a distribuição de carga topológica [6]. A lagrangiana efetiva, portanto, é

$$\mathcal{L}_{\text{MCS}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - A_\mu J^\mu - \frac{\lambda}{4}\,\theta\,\widetilde{F}^{\mu\nu}F_{\mu\nu}\,, \tag{30}$$

onde

$$\lambda = \sum_f \frac{{q_f}^2 e^2}{2\pi^2} \quad \text{e} \quad \widetilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\rho\sigma}\,.$$

Definindo a *corrente de Chern-Simons* [6–8],

$$K^\mu \equiv \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}A_\nu F_{\rho\sigma}\,, \tag{31}$$

podemos facilmente observar que

$$\begin{aligned}\partial_\mu K^\mu &= \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\partial_\mu A_\nu F_{\rho\sigma} \\ &= \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\left(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu\right)F_{\rho\sigma} \\ &= \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\mu\nu}F_{\rho\sigma} = \widetilde{F}^{\mu\nu}F_{\mu\nu}\,.\end{aligned} \tag{32}$$

Dessa forma, a lagrangiana em (30) pode ser reescrita como [7, 8]

$$\mathcal{L}_{\text{MCS}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - A_\mu J^\mu - \frac{\lambda}{4}\,\theta\,\partial_\mu K^\mu\,. \tag{33}$$

Utilizando ainda a regra de Leibniz, podemos expandir o termo do seguinte modo [7, 8]

$$\theta\left(\partial_\mu K^\mu\right) = \partial_\mu\big(\theta\,K^\mu\big) - \left(\partial_\mu\theta\right)K^\mu\,. \tag{34}$$

O fator $\partial_\mu\big(\theta\,K^\mu\big)$, porém, trata-se de uma divergência total, e portanto, pode ser omitido da lagrangiana [6–8] uma vez que não altera as equações de movimento da teoria. Assim, introduzindo a notação $P_\mu \equiv \partial_\mu\theta = (\dot\theta, \mathbf{P})$, temos que

$$\mathcal{L}_{\text{MCS}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - A_\mu J^\mu + \frac{\lambda}{4}\,P_\mu K^\mu\,. \tag{35}$$

As equações de Euler-Lagrange da lagrangiana (35) são [6–8],

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu - \lambda\,P_\mu\widetilde{F}^{\mu\nu}\,, \tag{36}$$

as quais denominamos *equações de Maxwell-Chern-Simons*. O outro par das equações de Maxwell permanece inalterado [6–8],

$$\partial_\mu\widetilde{F}^{\mu\nu} = 0\,. \tag{37}$$

Na notação vetorial, em termos dos campos elétrico e magnético, o conjunto das equações (36) e (37) é escrito como

$$\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{B} - \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{J} + \lambda\left(\dot\theta\,\mathbf{B} - \mathbf{P}\times\mathbf{E}\right)\,, \tag{38}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{E} = \rho + \lambda\,\mathbf{P}\cdot\mathbf{B}\,, \tag{39}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{E} + \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} = 0\,, \tag{40}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{B} = 0\,, \tag{41}$$

onde ρ representa a densidade de carga elétrica e $\mathbf{J}$ denota a densidade de corrente [6–8]. É importante notarmos que a presença do termo de Chern-Simons em (35) resulta em modificações essenciais à teoria de Maxwell.

Com base nas equações diferenciais acima, considere o caso no qual $\|\mathbf{P}\| = 0$, mas $\dot\theta \neq 0$ [8]. Em outras palavras, estamos assumindo que o campo efetivo θ possui apenas dependência temporal. Expondo tal configuração diante um campo magnético externo $\mathbf{B}$ irrotacional, *i.e.* com $\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{B} = 0$, e supondo que não há um campo elétrico externo, então, diretamente da Eq.(38), obtemos [6–8]

$$\mathbf{J} = -\lambda \, \dot{\theta} \, \mathbf{B} = -\sum_f \frac{{q_f}^2 e^2 \dot{\theta}}{2\pi^2} \mathbf{B} \,, \tag{42}$$

onde, para que possamos recuperar a equação (28), $\dot{\theta}$ deve ser identificado com o potencial químico quiral, μ_5, conforme

$$\mu_5 = -\dot{\theta} \sum_f {q_f}^2 \,.$$

Observe que esta corrente direcionada ao longo do campo $\mathbf{B}$ representa um fenômeno que viola, localmente, a paridade e a reversão temporal [7, 8]. Além disso, perceba que tal resultado está ausente nas equações de Maxwell originais [8].

Assumindo um campo magnético estático, podemos integrar a expressão (42) no tempo e concluir que, de fato, a corrente resulta da separação das cargas elétricas [7, 8], assim reproduzindo o efeito magnético quiral.

IV. CENÁRIO EXPERIMENTAL

Ao longo da última década, as colaborações STAR [18–22] e PHENIX [23], no *Colisor Relativístico de Íons Pesados* (RHIC), têm apresentado um conjunto de observações experimentais acerca das flutuações na assimetria de carga. Estes dados são muito importantes para o tema estudado no presente trabalho, uma vez que as colisões relativísticas de íons pesados fornecem um ambiente ideal para investigações acerca do EMQ [2–5, 8]. De fato, a teoria da QCD acoplada ao eletromagnetismo prevê a ocorrência de flutuações na assimetria de carga em colisões de íons pesados [3–5], como consequência do EMQ. Entretanto, a interpretação destes dados experimentais ainda encontra-se em grande discussão [8].

Convém, aqui, também mencionar os resultados apresentados no artigo [24], que indicam uma forte evidência para a presença do EMQ em certos tipos de *semimetais de Dirac*, e estimulam novos experimentos em matéria condensada com este mesmo objetivo.

Para uma revisão mais detalhada sobre a conjuntura experimental em torno do EMQ, recomendamos a consulta à referência [10].

V. CONCLUSÕES

No presente trabalho, discutimos a física da assimetria quiral na matéria magnetizada; em particular, focamos nossa atenção ao estudo do chamado *efeito magnético quiral*. Este corresponde ao efeito de separação das cargas elétricas, através da corrente induzida pelo campo magnético de fundo em um sistema com assimetria quiral.

O comportamento desta corrente de equilíbrio, como função do potencial químico quiral e do campo magnético, fora obtido por dois métodos distintos. Em ambos os casos, podemos observar que a essência da física subjacente ao efeito está enraizada no espectro característico dos níveis de Landau para férmions relativísticos em presença de um campo magnético [2, 5, 8].

Os cálculos que aqui apresentamos são, até o presente momento, estimativas semi-quantitativas que podem ser refinadas por meio de um tratamento mais cuidadoso do campo magnético, ou de um melhor estudo sobre os processos fundamentais que afetam a carga topológica [5, 8].

Experimentalmente, o EMQ pode ser avaliado em colisões de íons pesados [3–5]. Neste contexto, a possível observação empírica do EMQ seria uma evidência direta da existência de configurações gluônicas com topologia não-trivial [5, 8]. Além disso, como tal efeito explora interações na QCD que violam as simetrias $\mathcal{P}$ e $\mathcal{CP}$, ele pode fornecer um melhor entendimento do chamado *problema $\mathcal{CP}$ forte* [2, 5, 8]. Estes fenômenos são de grande interesse para a teoria de campos, e possuem grande potencial de aplicabilidade na Cosmologia [2].

Visto que o EMQ deve-se a uma mistura de efeitos da QCD e da eletrodinâmica, é natural que este fenômeno exiba um comportamento muito característico. Supõe-se, por exemplo, que os correlatores experimentalmente avaliados sejam proporcionais ao quadrado da carga do núcleo colisor [5]. Este comportamento específico pode ser investigado por medições em colisões de núcleos com mesmo número atômico, porém cargas elétricas distintas [5]. Concluímos então que uma melhor compreensão teórica do EMQ faz-se necessária, pois forneceria grande auxílio à análise experimental, uma vez que pode consolidar a possibilidade de previsões mais precisas acerca dos observáveis [2, 5, 8]. De fato, uma observação confirmada de tal efeito seria muito importante, mas também deve estar sujeita a hipóteses alternativas.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi desenvolvido complementarmente ao projeto de iniciação científica financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) entitulado “A mecânica pseudoclássica do efeito magnético quiral”, processo 18/02474-3. Por fim, o autor agradece ao orientador, Prof. Dr. Rodrigo Fresneda, e à FAPESP pelo auxílio prestado durante toda a elaboração desta monografia.

[1] A. I. Akhiezer and V. B. Berestetskii, *Quantum Electrodynamics*. Interscience Monographs and Texts in Physics and Astronomy, John Wiley & Sons, 1965.
[2] V. A. Miransky and I. A. Shovkovy, "Quantum field theory in a magnetic field: From quantum chromodynamics to graphene and Dirac semimetals," *Physics Reports*, vol. **576**, pp. 1–209, 2015. doi:10.1016/j.physrep.2015.02.003.
[3] D. E. Kharzeev, L. D. McLerran, and H. J. Warringa, "The effects of topological charge change in heavy ion collisions: "Event by event P and CP violation"," *Nuclear Physics A*, vol. **803**, pp. 227–253, 2008. doi:10.1016/j.nuclphysa.2008.02.298.
[4] H. J. Warringa, "Implications of CP-violating transitions in hot quark matter on heavy-ion collisions," *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, vol. **35**, no. 10, p. 104012, 2008. doi:10.1088/0954-3899/35/10/104012.
[5] K. Fukushima, D. E. Kharzeev, and H. J. Warringa, "The Chiral Magnetic Effect," *Physical Review D*, vol. **78**, p. 074033, 2008. doi:10.1103/PhysRevD.78.074033.
[6] D. E. Kharzeev, "Chern-Simons current and local parity violation in hot QCD matter," *Nuclear Physics A*, vol. **830**, no. 1, pp. 543c–546c, 2009. doi:10.1016/j.nuclphysa.2009.10.049.
[7] D. E. Kharzeev, "Topologically induced local P and CP violation in hot QCD," *Proc. 25th Winter Workshop on Nuclear Dynamics*, 2009. arXiv:0906.2808v1.
[8] D. E. Kharzeev, "The Chiral Magnetic Effect and anomaly-induced transport," *Progress in Particle and Nuclear Physics*, vol. **75**, pp. 133–151, 2014. doi:10.1016/j.ppnp.2014.01.002.
[9] M. A. Stephanov and Y. Yin, "Chiral Kinetic Theory," *Physical Review Letters*, vol. **109**, p. 162001, 2012. doi:10.1103/PhysRevLett.109.162001.
[10] J. Zhao, "Search for the Chiral Magnetic Effect in Relativistic Heavy-Ion Collisions," *International Journal of Modern Physics A*, vol. **A33**, no. 13, p. 1830010, 2018. doi:10.1142/S0217751X18300107.
[11] A. Vilenkin, "Equilibrium parity-violating current in a magnetic field," *Physical Review D*, vol. **22**, pp. 3080 – 3084, 1980. doi:10.1103/PhysRevD.22.3080.
[12] H. B. Nielsen and M. Ninomiya, "The Adler-Bell-Jackiw anomaly and Weyl fermions in a crystal," *Physics Letters B*, vol. **130**, no. 6, pp. 389–396, 1983. doi:10.1016/0370-2693(83)91529-0.
[13] J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics*. International Series In Pure and Applied Physics, New York: McGraw-Hill, 1965.
[14] W. Greiner, L. Neise, and H. Stöcker, *Thermodynamics and Statistical Mechanics*, ch. Ideal Fermi Gas, pp. 341–386. New York: Springer, 1995. doi:10.1007/978-1-4612-0827-3$_1$4.
[15] S. L. Adler, "Axial-Vector Vertex in Spinor Electrodynamics," *Physical Review*, vol. **177**, pp. 2426–2438, 1969. doi:10.1103/PhysRev.177.2426.
[16] J. S. Bell and R. Jackiw, "A PCAC puzzle: $\pi^0 \to \gamma\gamma$ in the σ-model," *Il Nuovo Cimento A (1965-1970)*, vol. **60**, pp. 47–61, 1969. doi:10.1007/BF02823296.
[17] W. Greiner and B. Müller, *Quantum Mechanics: Symmetries*, ch. The SU(3) Symmetry, pp. 195–229. Berlin, Heidelberg: Springer, 1994. doi:10.1007/978-3-642-57976-9$_7$.
[18] S. A. Voloshin, "Probe for the strong parity violation effects at RHIC with three particle correlations," *Indian Journal of Physics*, vol. **85**, no. 7, p. 1103, 2011. doi:10.1007/s12648-011-0137-0.
[19] I. V. Selyuzhenkov, "Global polarization and parity violation study in Au+Au collisions," *Romanian Reports in Physics*, vol. **58**, pp. 049–054, 2006. arXiv:nucl-ex/0510069.
[20] S. A. Voloshin, "Experimental study of local strong parity violation in relativistic nuclear collisions," *Nuclear Physics A*, vol. **830**, pp. 377C–384C, 2009. doi:10.1016/j.nuclphysa.2009.10.033.
[21] B. I. Abelev *et al.*, "Observation of charge-dependent azimuthal correlations and possible local strong parity violation in heavy-ion collisions," *Physical Review C*, vol. **81**, p. 054908, 2010. doi:10.1103/PhysRevC.81.054908.
[22] B. I. Abelev *et al.*, "Azimuthal Charged-Particle Correlations and Possible Local Strong Parity Violation," *Physical Review Letters*, vol. **103**, p. 251601, 2009. doi:10.1103/PhysRevLett.103.251601.
[23] N. N. Ajitanand, R. A. Lacey, A. Taranenko, and J. M. Alexander, "A new method for the experimental study of topological effects in the quark-gluon plasma," *Physical Review C*, vol. **83**, p. 011901, 2011. doi:10.1103/PhysRevC.83.011901.
[24] Q. Li *et al.*, "Chiral magnetic effect in ZrTe5," *Nature Physics*, vol. **12**, pp. 550–554, 2016. doi:10.1038/nphys3648.